Tema 21

Educación Secundaria

FÍSICA y QUÍMICA

CAMPO MAGNÉTICO. CARÁCTER NO CONSERVATIVO DEL CAMPO MAGNÉTICO. GENERACIÓN DE CAMPOS MAGNÉTICOS Y EFECTOS SOBRE CARGAS EN MOVIMIENTO. APLICACIÓN A DISPOSITIVOS TECNOLÓGICOS.

1. INTRODUCCIÓN

Una carga eléctrica estática crea un campo eléctrico. Si la carga se mueve, constituye una corriente eléctrica y lleva asociado, además del campo eléctrico, un campo magnético. Por lo tanto, un conductor por el que circula una corriente, en sus alrededores, provoca fuerzas sobre un imán o sobre otra corriente eléctrica.

En el presente tema se analizará, en primer lugar, a partir de la ley de Biot y Savart, el carácter no conservativo del campo magnético, propiedad que lo hace muy diferente del campo electrostático creado por cargas estáticas. Se estudiarán las fuentes del campo magnético, como una carga en movimiento o distintos tipos de corrientes eléctricas, así como el campo magnético que generan. Después veremos la fuerza que produce el campo magnético sobre una carga y sobre una corriente y se deducirá la fuerza entre corrientes paralelas, fuerza que permite definir el amperio midiendo fuerzas y distancias únicamente. Por último, se comentarán algunas aplicaciones interesantes de la acción de campos magnéticos.

1. CAMPO MAGNÉTICO

El fenómeno del magnetismo es conocido desde la antigüedad. Se descubrió por primera vez en la región de Magnesia (Asia Menor). Algunos minerales naturales, la magnetita fundamentalmente, presentan la propiedad de atraer pequeños trozos de hierro. A este tipo de cuerpos se les denomina **imanes naturales** y la propiedad que poseen se denomina magnetismo.

Además de los imanes naturales, existen otras sustancias, como el hierro, el cobalto y el níquel, entre otros, que pueden adquirir el magnetismo de una manera artificial. A estos cuerpos se les da el nombre de **imanes artificiales**.

Todo imán natural o artificial, presenta la máxima atracción magnética en los extremos, que reciben el nombre de **polos magnéticos**. Entre los polos existe una zona neutra en donde el imán no ejerce ninguna atracción. A los polos se les da los nombres de Norte y Sur porque un imán se orienta, aproximadamente, según los polos geográficos de la Tierra, que es un imán natural. Esta orientación es debida a la propiedad fundamental del magnetismo: polos del mismo nombre se repelen y polos de nombre distinto se atraen.

Esta propiedad se explica admitiendo que un imán origina un **campo magnético** en el espacio que le rodea. Este campo se pone de manifiesto por la fuerza que ejerce sobre otro imán o sobre un trozo de hierro que se coloque en su proximidad.

Se dice que en una región existe un campo magnético cuando en ella se ponen de manifiesto fuerzas magnéticas.

Para estudiar este campo se utiliza un imán de prueba, magnetómetro, o aguja imantada. La dirección en la que apunta la aguja de la brújula se toma como la dirección del campo magnético.

Esto permite determinar la dirección del campo magnético en un punto, observando la orientación de la brújula colocada en dicho punto. El sentido del campo magnético en un punto se elige igual a la orientación del eje sur-norte de la brújula.

El campo magnético, igual que el campo eléctrico y el gravitatorio, se representa gráficamente mediante las líneas de fuerza o **líneas de campo**. En este caso reciben el nombre de líneas de inducción magnética. La dirección del campo magnético es tangente en cada punto a la línea de inducción correspondiente.

En la figura 1 se representan algunas líneas de fuerza del campo magnético terrestre y de un imán en forma de barra.

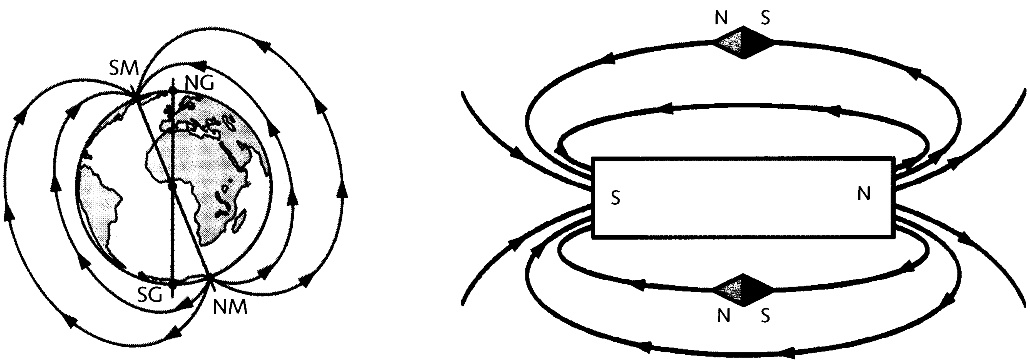


Figura 1

De estas representaciones se pueden destacar los siguientes aspectos:

- Las líneas del campo magnético salen del polo norte y entran por el polo sur.
- Las líneas del campo magnético son cerradas. Como consecuencia de este hecho los polos de un imán no se pueden separar.
- El polo norte geográfico de la Tierra está cerca de su polo sur magnético.

Durante mucho tiempo el estudio de los fenómenos magnéticos se redujo al de los imanes obtenidos de forma natural, sin conocer su relación con los fenómenos eléctricos.

Se dio un paso de gigante en el estudio y conocimiento del magnetismo cuando Hans Christian **Oersted** descubrió, en 1819, que las corrientes eléctricas producen campos magnéticos.

Este físico danés observó que una corriente eléctrica ejercía una fuerza sobre una aguja imantada próxima. Si por el conductor no pasa corriente, la brújula se orientará hacia el polo norte, pero cuando pasa corriente, la brújula tiende a colocarse perpendicularmente a dicha corriente. De este experimento se deduce que una corriente eléctrica produce el mismo efecto que un imán natural.

Doce años más tarde, Michael **Faraday** observó el efecto contrario: aproximando un imán a un conductor en movimiento, en éste se origina una corriente eléctrica. Ambas experiencias tienen el mismo fundamento: las cargas en movimiento producen fuerzas magnéticas. El magnetismo, pues, es una consecuencia de la electricidad.

Fue André-Marie **Ampère** quien, a raíz de la experiencia de Oersted, desarrolló los fundamentos del electromagnetismo. Ampère supuso que el origen de los imanes (naturales y artificiales) está en pequeños circuitos de dimensiones atómicas o moleculares, de forma que en las sustancias magnetizadas (imanes) todos esos circuitos son coplanarios o casi coplanarios y recorridos por intensidades en los mismos sentidos, de tal manera que los efectos magnéticos de cada uno se suman, intensificándose su acción. En los cuerpos no magnéticos, estos pequeños circuitos están desordenados y por ello no producen efecto alguno.

La causa de estas corrientes atómicas son los electrones, que en su movimiento equivalen a pequeños circuitos eléctricos.

El norteamericano Barnett, en 1915, observó que al hacer girar rápidamente una barra de hierro, los electrones tienden a girar en el mismo sentido, y por el efecto giroscópico tienden a colocar su eje de rotación paralelo al eje de giro de la barra de hierro. Como consecuencia de esto se obtiene una imanación por medios puramente mecánicos.

Einstein y De Haas encontraron, en el mismo año que Barnett, el efecto contrario, en una barra de acero imantada, por efecto del giro de sus electrones, se produce en ella un pequeño giro, poniendo de manifiesto de forma inequívoca el origen eléctrico del comportamiento de las sustancias magnéticas.

Cabe señalar que, respecto a la teoría sobre el magnetismo, las fuentes que crean los campos magnéticos son corrientes eléctricas, en particular la densidad de corriente, $\vec{j}$. A diferencia del campo eléctrico, cuyas fuentes son las cargas eléctricas, magnitudes escalares, las fuentes del campo magnético son fuentes vectoriales, las densidades de corriente.

2. CARÁCTER NO CONSERVATIVO DEL CAMPO MAGNÉTICO

2.1. Ley de Biot-Savart

Inmediatamente después de que Oersted descubriese que la corriente eléctrica es una fuente de campo magnético, los experimentos llevados a cabo por André M. Ampère (1775-1836), y por J.B. Biot (1774-1862) y F. Savart (1791-1841) dieron lugar a la que en la actualidad se conoce como ley de Biot-Savart, que determina el campo magnético creado en un punto del espacio por una corriente eléctrica.

La ley de Biot-Savart es análoga en el magnetismo a la ley de Coulomb en la electrostática. Una manera de expresar la ley de Coulomb es dar el campo eléctrico producido por una distribución de carga:

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\vec{u}_r$$

Consideremos ahora una corriente eléctrica, como la que se muestra en la figura 2.

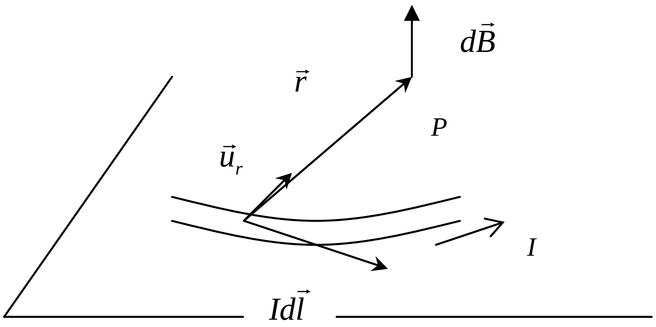


Figura 2

Cada elemento de corriente $Id\vec{l}$ producirá una contribución $d\vec{B}$ al campo magnético en un punto P del espacio. Si r es la distancia del elemento de corriente considerado al punto P, y $\vec{u}_r$ el vector unitario que apunta desde el elemento de corriente al punto P, la ley de Biot-Savart se escribe, para el campo creado por dicho elemento infinitesimal de corriente:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\vec{u}_r}{r^2} \qquad \text{Ec. 1}$$

La dirección de $d\vec{B}$ viene dada por el producto vectorial, por lo que será perpendicular tanto al elemento de corriente como al vector unitario $\vec{u}_r$, y su sentido vendrá dado por la regla de la mano derecha. Es decir, cuando los dedos de la mano derecha se curvan desde el vector $Id\vec{l}$ hacia el vector unitario $\vec{u}_r$, el dedo pulgar señalará la dirección del campo magnético. El módulo es:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\operatorname{sen}\theta}{r^2} \qquad \text{Ec. 2}$$

donde θ es el ángulo que forma el vector $Id\vec{l}$ con el vector $\vec{u}_r$. La constante μ_0 se conoce con el nombre de permeabilidad magnética del vacío, y es análoga a ε_0, permitividad dieléctrica del vacío, en electrostática. Debido a la interconexión entre electricidad y magnetismo, los valores de μ_0 y ε_0 no son independientes entre sí. La unidad de campo magnético en el Sistema Internacional se denomina Tesla (*T*) en honor del físico e ingeniero Nikola Tesla (1856-1943). El valor de μ_0 en unidades del Sistema Internacional viene determinado por la definición de amperio (que se verá más adelante) y es exactamente:

$$\mu_0 = 4\pi 10^{-7}\ \text{TmA}^{-1}$$

Existen algunas similitudes entre la ley de Biot-Savart para el campo magnético y la ley de Coulomb para el campo eléctrico:

- Ambas poseen una dependencia de $1/r^2$ con la distancia, desde el punto fuente al punto donde se calcula el campo, siendo $Id\vec{l}$ la fuente del campo magnético, y dq la fuente del campo eléctrico.
- La constante $1/4\pi\varepsilon_0$ da la intensidad de la interacción eléctrica, y la constante $\mu_0 /4\pi$ la intensidad de la interacción magnética.

También existen algunas diferencias significativas entre estas leyes:

- La dirección del campo eléctrico es radial respecto de la carga fuente, dq, mientras que la dirección del campo magnético es perpendicular al plano que contiene a $Id\vec{l}$ y a $\vec{r}$.
- Mientras que la distribución más simple de carga es una carga puntual aislada, un único elemento de corriente aislado no existe en una corriente estacionaria. La carga debe entrar en el elemento de corriente por un extremo y salir por el otro, por lo que siempre están presentes varios elementos de corriente, y por tanto la expresión de $d\vec{B}$ debe ser siempre integrada a lo largo de la línea que sigue la distribución de corriente. Es decir, el campo magnético creado por la distribución de corriente en un punto *P* está dado por la forma integral de la ley de Biot-Savart:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_L \frac{Id\vec{l} \times \vec{u}_r}{r^2} \qquad \text{Ec. 3}$$

Donde la integral de línea se extiende a lo largo de toda la distribución de corriente. El campo magnético en un punto es la superposición lineal de las contribuciones vectoriales debidas a cada uno de los elementos infinitesimales de corriente.

A partir de la ecuación 2 se puede obtener el campo magnético creado por un **conductor rectilíneo** delgado e indefinido, que lleva una corriente *I*, a una distancia *R* del mismo. Para la corriente que se indica, el campo magnético está dirigido hacia dentro del papel, como se muestra en la figura 3. Las líneas de campo son, siguiendo la regla de la mano derecha, circunferencias concéntricas con el conductor, por lo que, a la derecha del conductor, entran en el papel.

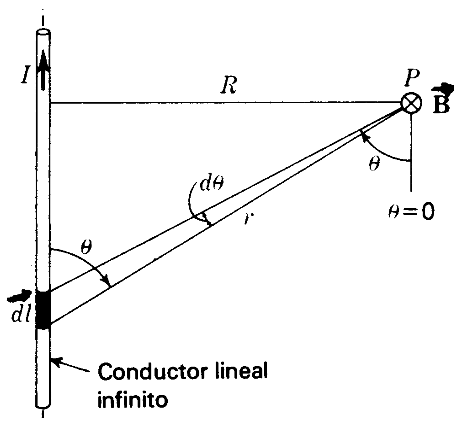


Figura 3

De la figura se deduce que $dl\ sen\theta = rd\theta$ y $R = r\ sen\theta$. Integrando la ecuación 2:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_0^{\pi} \frac{Idl\operatorname{sen}\theta}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_0^{\pi} \frac{d\theta}{r} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\int_0^{\pi} \operatorname{sen}\theta d\theta$$

La integración se extiende a todo el conductor rectilíneo, es decir, desde θ = 0 hasta θ = π. Esto da:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\left[-\cos\theta\right]_0^{\pi} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}(2)$$

Por tanto, la expresión para el campo magnético de un alambre recto indefinido es: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$

2.2. Ley de Ampère

Utilizando la expresión que acabamos de deducir, vamos a calcular la circulación del campo magnético a lo largo de una circunferencia concéntrica con un alambre recto. Como esta línea es una línea de campo, el elemento de longitud será, en todo punto, paralelo al campo, por tanto:

$$\int_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}\int_L d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}2\pi R = \mu_0 I$$

Es decir: $$\int_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I \qquad \text{Ec. 4}$$

La circulación magnética es entonces proporcional a la corriente eléctrica, I, y es independiente del radio de la trayectoria circular elegida. Esta relación es válida para cualquier trayectoria simple que encierre a la corriente I. Se puede hacer independiente del medio, definiendo el vector campo magnético $\vec{H}$ o simplemente vector $\vec{H}$, de la forma:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu}$$

Si el medio es isótropo, los vectores $\vec{B}$ y $\vec{H}$ tienen la misma dirección. En función de $\vec{H}$, la ecuación 4 queda:

$$\int \vec{H}\cdot d\vec{l} = I$$

Esta (o la ecuación 4) es la expresión de la ley de Ampère: *la circulación a lo largo de una línea cerrada del vector* $\vec{H}$ *es igual a la corriente encerrada por la línea*. Se puede generalizar esta expresión a los casos en que haya más de una corriente.

Entonces sustituiremos *I* por la suma algebraica de todas las corrientes que encierra la línea de integración. En ese caso, la ecuación 4, por ejemplo, se escribe:

$$\int \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu \sum I_i = \mu I$$

Donde $I = I_1 + I_2 + I_3 + ...$ representa la corriente total encerrada en la trayectoria de integración.

Si expresamos la corriente eléctrica en términos del flujo de densidad de corriente, se podrá escribir la ley de Ampère de la forma:

$$\int \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = \mu I \qquad \text{O bien:} \qquad \int \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = I$$

Donde *S* es cualquier superficie limitada por *L*. Esta expresión es aplicable en el interior de un conductor y constituye una de las ecuaciones de Maxwell en forma integral.

El hecho de que la circulación del campo magnético no sea generalmente nula, indica que el campo magnético no es conservativo, es decir no tiene un potencial magnético en el mismo sentido que el campo eléctrico tiene un potencial eléctrico. Por lo tanto, no existe una función escalar cuyo gradiente, cambiado de signo, nos proporcione, en el caso más general, el campo magnético.

La ley de Ampère para campos magnéticos puede ser considerada, en cierto modo, análoga a la ley de Gauss para campos eléctricos. La ley de Ampère es un principio general que rige los campos producidos por corrientes estacionarias. Todo campo magnético de este tipo debe satisfacerla. Un análisis matemático más general permite demostrar que cualquier campo magnético que se obtenga a partir de la ley de Biot-Savart debe cumplir también la ley de Ampère. La ley de Biot-Savart y la ley de Ampère son equivalentes en el mismo sentido que la ley de Coulomb y la ley de Gauss son equivalentes.

De la misma forma que la ley de Gauss se puede utilizar para obtener el campo eléctrico producido por cierto tipo de distribuciones de carga que posean un alto grado de simetría, la ley de Ampère también puede usarse para determinar el campo magnético producido por corrientes eléctricas estacionarias que tenga la simetría apropiada.

La analogía entre la ley de Gauss y la ley de Ampère no es completa. Es esencial tener siempre presente que la ley de Ampère contiene una integral de línea a lo largo de un camino cerrado, mientras que la ley de Gauss contiene una integral muy diferente, una integral de superficie extendida a una superficie cerrada. Por tanto, los campos magnéticos estáticos son bastante diferentes de los campos eléctricos estáticos.

3. GENERACIÓN DE CAMPOS MAGNÉTICOS

Como se ha dicho al principio, un campo magnético puede aparecer, bien por la existencia de imanes, naturales o artificiales, o por la existencia de cargas en movimiento (corriente eléctrica). Ahora se van a analizar las fuentes del campo magnético, es decir, cómo se producen los campos magnéticos. Después veremos el campo magnético creado por una carga en movimiento, que constituye una forma alternativa de expresar la ley de Biot-Savart y el campo magnético creado por distintos tipos de corrientes, concretamente los casos que con más frecuencia se nos presentan en problemas y situaciones corrientes.

3.1. Fuentes del campo magnético

El flujo magnético a través de cualquier superficie, cerrada o no, colocada en un campo magnético es:

$$\phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

El concepto de flujo magnético a través de una superficie es de gran importancia, especialmente cuando la superficie no es cerrada. Por ello es conveniente definir la unidad de flujo magnético. Como el flujo es igual al campo magnético multiplicado por el área, se expresa en $T \cdot m^2$, unidad que se denomina weber, en honor del físico alemán Wilhelm E. Weber. Se abrevia Wb.

Como las líneas de fuerza del campo magnético son cerradas, *el flujo magnético a través de cualquier superficie cerrada es siempre nulo*. Esto se debe a que cada línea de campo magnético que atraviesa hacia dentro la superficie vuelve a atravesarla hacia fuera en otro punto, por lo tanto, el número neto de líneas que atraviesan la superficie cerrada es cero.

Matemáticamente esto puede expresarse: $\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$

Esta ecuación se puede obtener matemáticamente a partir de la ley de Biot-Savart. Este resultado constituye la ley de Gauss para el campo magnético. En forma diferencial, si se utiliza el teorema de la divergencia, queda:

$$\text{div}\, \vec{B} = 0$$

En definitiva, como se ha comentado al principio, el hecho de que la divergencia sea nula nos indica que el campo magnético no tiene fuentes escalares, es decir, no existen polos magnéticos aislados. Dicho de otra forma, no existe una contrapartida magnética a la carga eléctrica. Si existiese lo que se puede llamar carga magnética, correspondería a un monopolo magnético, es decir un polo magnético aislado. Por ahora no se ha confirmado la observación de tales monopolos magnéticos.

Teniendo en cuenta el teorema de Ampère, visto al pricipio:

$$\int \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{j}\cdot d\vec{S}$$

Utilizando el teorema de Stokes: $\int \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_S \text{rot}\ \vec{B}\cdot d\vec{S}$

Donde se ha transformado la integral de línea a lo largo de una línea cerrada en una integral de superficie, que está limitada por dicha línea.

Igualando ambas expresiones, se obtiene: $\int_S \text{rot}\ \vec{B}\cdot d\vec{S} = \mu_0 \int_S \vec{j}\cdot d\vec{S}$

Como la superficie es la misma para las dos integrales, el integrando debe ser igual, es decir:

$$\text{rot}\ \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

Esta expresión es la ley de Ampère en forma diferencial. Se puede emplear para obtener el campo magnético cuando se conoce la distribución de corriente, y viceversa. En una región donde no haya corriente eléctrica, se tendrá: $\text{rot}\ \vec{B} = 0$

La ley de Ampère en forma diferencial establece una relación local entre el campo magnético en un punto y la densidad de corriente en el mismo punto del espacio, de un modo similar a como la ley de Gauss, en forma diferencial, relaciona el campo eléctrico y la densidad de carga en el mismo punto del espacio. Se puede decir, por tanto, que las corrientes eléctricas son las fuentes del campo magnético.

La expresión equivalente para el campo eléctrico es: $\text{rot}\ \vec{E} = 0$, que deriva del hecho de que la circulación del campo electrostático, a lo largo de una línea cerrada, es nula.

3.2. <u>Campo magnético creado por una carga en movimiento</u>

La ley de Biot y Savart se puede expresar como una función de la carga que se mueve y de la velocidad de movimiento, en vez de utilizar la intensidad de corriente. Teniendo en cuenta la definición de intensidad de corriente y de velocidad, podemos escribir:

$$I = \frac{dq}{dt} \qquad \vec{v} = \frac{d\vec{l}}{dt}, \text{ de aquí: } \qquad d\vec{l} = \vec{v}dt$$

Por tanto, se cumple: $Id\vec{l} = \vec{v}dq$

Sustituyendo esta equivalencia en la ley de Biot-Savart: $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{u}_r}{r^2}$ Ec. 1

Queda, entonces, la expresión: $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{dq\, \vec{v} \times \vec{u}_r}{r^2}$

Para una partícula con carga finita, el campo será: $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\, \vec{v} \times \vec{u}_r}{r^2}$

Esta ecuación es otra forma de escribir la ley de Biot-Savart, y permite calcular el campo magnético creado en cualquier punto del espacio por una carga en movimiento, tal como un electrón.

3.3. Campo magnético creado por una corriente eléctrica

La integración de la ecuación 1, que da el campo magnético elemental que crea un elemento de corriente, permite, al menos en principio, obtener el campo magnético creado por cualquier tipo de corriente eléctrica, extendiendo la integral a toda la línea del conductor.

Esto ya se ha hecho en el primer apartado para una **corriente rectilínea indefinida**. En este caso, las líneas de campo son circunferencias concéntricas con el conductor, el sentido es el que da la regla de la mano derecha (figura 4) y el valor del campo magnético a una distancia *R* del conductor vale:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

Se ha supuesto que lo que rodea al conductor es el vacío. Si no fuera así, habría que sustituir la permeabilidad magnética por la que corresponda a ese medio.

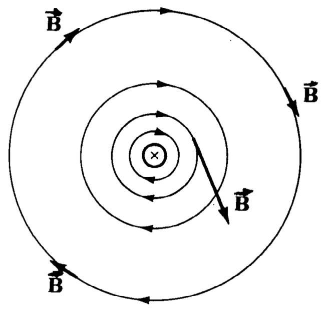


Figura 4

Si en lugar de un conductor rectilíneo, tenemos una **corriente circular** (**espira de corriente)**, las líneas de campo se dibujan como en la figura 5. En este caso el campo magnético varía en dirección y módulo de unos puntos a otros, pero en el eje de la espira, por simetría, la línea de campo es una línea recta (figura 6).

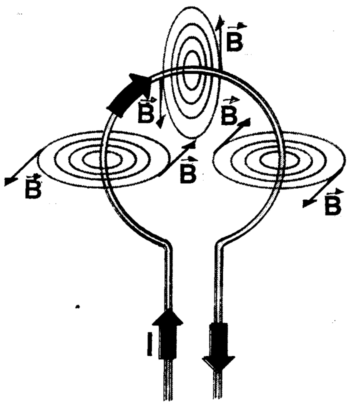


Figura 5

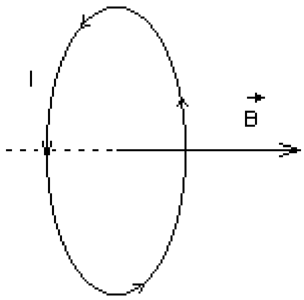


Figura 6

En la figura 5 puede observarse que las líneas de inducción *salen* por aquella cara donde se *ve* circular la corriente en sentido contrario a las agujas del reloj y *entran* por aquella donde se *ve* circular la corriente en el mismo sentido.

Por consiguiente, el campo magnético creado por una corriente circular puede asimilarse al de un imán formado por una placa delgada (*hoja magnética*) que tuviera por contorno el mismo circuito. El polo norte es aquella cara donde se ve circular la corriente en sentido contrario a las agujas del reloj, y el polo sur, la cara donde se ve circular la corriente en el mismo sentido. Una regla fácil para recordar esto se muestra en la figura 7.

Podemos considerar la corriente circular como si estuviera formada por elementos de corriente rectilíneos, creando cada uno su propio campo. Éste será perpendicular a la dirección de la corriente y el sentido de sus líneas de inducción vendrá dado por la regla de la mano derecha (figura 8).

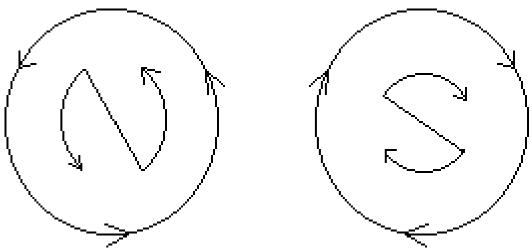


Figura 7

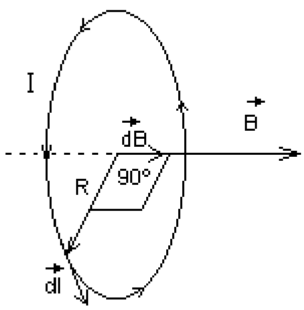


Figura 8

No es difícil deducir el valor del campo magnético en el centro de la espira, siguiendo un razonamiento parecido al seguido para la corriente rectilínea indefinida.

Para calcular el campo magnético creado en el centro de una espira, partimos de la ecuación 2:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\,\text{sen}\,\theta}{r^2}$$

Aquí *r* es el radio de la espira (*R*), para todos los elementos de corriente y sen θ = 1, ya que θ = 90º. Para obtener el campo total, integramos para toda la espira, sacando de la integral los valores constantes:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}\int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}2\pi R = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

En todo momento se ha supuesto que el medio es el vacío. Si se tratara de una bobina plana constituida por *n* espiras muy juntas, podemos extender este resultado, suponiendo que los efectos de las distintas espiras se superponen:

$$B = \frac{\mu_0 n I}{2R}$$

Otra corriente cuyo campo magnético es interesante conocer es la que circula por una bobina o **solenoide**. Un solenoide está formado por el arrollamiento de un alambre muy largo sobre un cilindro, generalmente un cilindro circular. Los arrollamientos o vueltas del alambre forman una bobina helicoidal cuya longitud, medida a lo largo del eje del solenoide, es generalmente bastante mayor que el diámetro de cada vuelta. Un parámetro importante de un solenoide es el número de vueltas que tiene por unidad de longitud, *n*. Para un solenoide de longitud *L* con *N* vueltas por unidad de longitud *n = N/L*.

Para comprender cómo es el campo magnético producido por una corriente circulando por un solenoide, se debe pensar primero, cualitativamente, en el campo magnético que produce una única espira circular de corriente. En la figura 9 se representan las líneas de campo magnético en un plano perpendicular al solenoide, donde se han representado las vueltas separadas, para que se vea mejor. En un solenoide de vueltas apretadas, la separación entre éstas será menor y cada vuelta se aproxima más en su forma a una espira, de manera que cada espira producirá una contribución al campo magnético similar al campo producido por una espira de corriente. En el interior del solenoide la contribución de cada vuelta al campo tiende a reforzar la contribución de las demás, de forma que el campo resultante es aproximadamente uniforme y paralelo al eje del solenoide. En el exterior del solenoide las contribuciones tienden a cancelarse, de forma que el campo es relativamente pequeño.

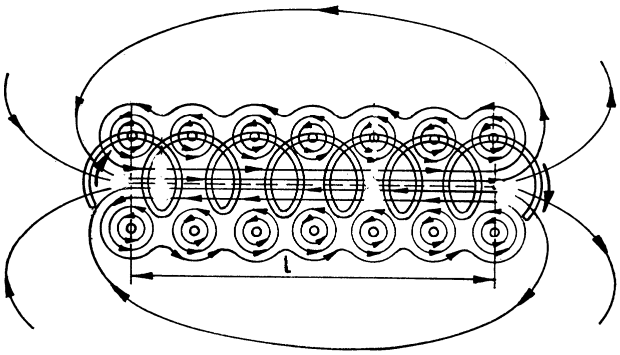


Figura 9

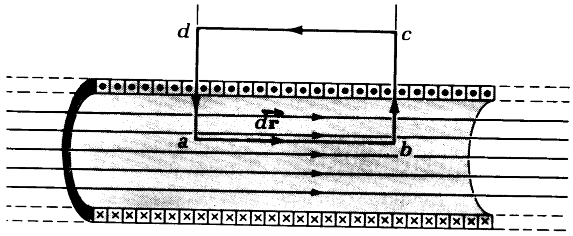


Figura 10

Esta tendencia, a crear un campo uniforme en el interior y a anular el campo en el exterior del solenoide lejos de los extremos, se hace más pronunciada para un solenoide muy largo y de vueltas muy apretadas. En el caso ideal de la figura 10 la distribución de corriente en los arrollamientos es equivalente a la distribución en una lámina metálica cilíndrica con corriente perpendicular a su eje, y la longitud de este solenoide es virtualmente infinita. En el interior de un solenoide ideal el campo magnético es uniforme y paralelo a su eje, y en el exterior del solenoide el campo es cero.

Se puede determinar el campo magnético en el interior del solenoide aplicando la ley de Ampère al camino cerrado de la figura 10 (rectángulo de vértices *abcd*). La integral a lo largo de este camino cerrado es igual a la suma de las integrales a lo largo de cada uno de sus segmentos rectos:

$$\int_{abcd} \vec{B}\cdot d\vec{r} = \int_a^b \vec{B}\cdot d\vec{r} + \int_b^c \vec{B}\cdot d\vec{r} + \int_c^d \vec{B}\cdot d\vec{r} + \int_d^a \vec{B}\cdot d\vec{r}$$

La integral a lo largo del segmento *bc* es cero porque los dos vectores son perpendiculares en todos los puntos del segmento. Por la misma razón, la integral a lo largo del segmento *da* es también cero. A lo largo del segmento *cd*, que está fuera del solenoide, el campo magnético es aproximadamente cero, de forma que la integral en este segmento es cero. La única contribución distinta de cero en todo el camino cerrado es la integral a lo largo del segmento *ab*. En este segmento $\vec{B}$ y $d\vec{r}$ son paralelos, por tanto:

$\vec{B}\cdot d\vec{r} = B\,dr$, y B tiene el mismo valor para todos los puntos del segmento. Entonces:

$$\int_{abcd} \vec{B}\cdot d\vec{r} = \int_a^b B dr = B\int_a^b dr = BL$$

donde L es la longitud del segmento *ab*. Para un solenoide con n vueltas por unidad de longitud, el número de vueltas enlazadas por el camino cerrado considerado es nL.

Como cada una de estas vueltas lleva una corriente *I*, la corriente neta enlazada por el camino cerrado es:

$$\Sigma\, i = nLI$$

Si ahora aplicamos la ley de Ampère: $\int \vec{B}\cdot d\vec{r} = BL = \mu_0 nLI$

Por tanto: $B = \mu_0\, nI$

Aunque esta ecuación ha sido obtenida para un solenoide ideal, da una buena aproximación del valor del campo magnético en el interior del solenoide real de espiras apretadas, en puntos cercanos a su eje y lejos de sus extremos. En esta región el campo es uniforme, y está determinado por el número de vueltas por unidad de longitud *n* y la corriente *I* que pasa por el solenoide.

4. EFECTOS DEL CAMPO MAGNÉTICO

4.1. Acción de un campo magnético sobre una carga móvil

Cuando se coloca una carga eléctrica en reposo en un campo magnético, no se observa ninguna interacción especial, pero cuando la carga eléctrica se mueve en una región donde hay un campo magnético, aparece una nueva fuerza sobre la carga, además de las fuerzas debidas a las interacciones gravitacional y eléctrica.

Midiendo, en el mismo punto de un campo magnético, la fuerza que experimentan diferentes cargas moviéndose de diferentes maneras, se puede obtener una relación entra la fuerza, la carga y su velocidad. Se observa que la fuerza ejercida por un campo magnético sobre una carga en movimiento es proporcional a la carga eléctrica y a su velocidad, y la dirección de la fuerza es perpendicular a la velocidad de la carga y a la dirección del campo magnético.

Se puede avanzar un paso más y, recordando la definición de producto vectorial, escribir tentativamente la fuerza sobre una carga *q* que se mueve con velocidad $\vec{v}$ en un campo magnético, en la forma:

$$\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B}$$

La cual satisface los requisitos experimentales mencionados anteriormente. En esta ecuación, $\vec{B}$ es un vector que se determina en cada punto comparando el valor observado de $\vec{F}$ en ese punto con los valores de *q* y $\vec{v}$. Este modo de proceder ha demostrado tener éxito. El vector $\vec{B}$ puede variar de un punto a otro en un campo magnético, pero en cada punto se encuentra experimentalmente que es el mismo para todas las cargas y velocidades. Por lo tanto describe una propiedad que es característica del campo magnético y que se denomina intensidad del campo magnético (o también inducción magnética). Ya se ha visto antes cómo se obtiene el campo magnético según las corrientes eléctricas que lo producen.

Cuando la partícula cargada se mueve en una región donde hay un campo eléctrico y uno magnético, la fuerza total que actúa sobre ella es la suma de la fuerza eléctrica y la fuerza magnética:

$$F = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

Esta expresión se denomina **fuerza de Lorentz**.

De esta ecuación se deduce que cuando la velocidad es paralela al campo magnético, la fuerza es cero. De hecho se observa que en cada punto de todo campo magnético hay una cierta dirección de movimiento para la cual no se ejerce fuerza alguna sobre la carga en movimiento. Esta dirección define la dirección del campo magnético en el punto. En la figura 11 se representa la relación entre los tres vectores, para una carga positiva.

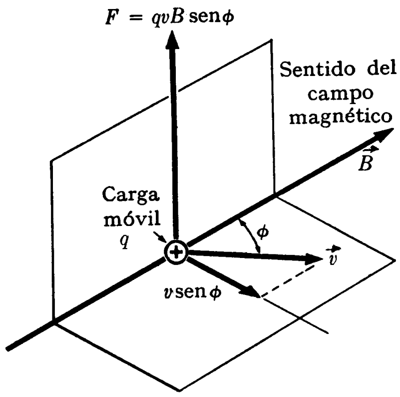


Figura 11

Si ϕ es el ángulo entre $\vec{v}$ y $\vec{B}$, el módulo de la fuerza es $F = qvB$ senϕ. El máximo de intensidad de la fuerza ocurre cuando $\phi = \pi/2$, o sea, cuando $\vec{v}$ es perpendicular a $\vec{B}$, resultando: $F = qvB$

El mínimo de la fuerza, cero, ocurre cuando $\phi = 0$, es decir, cuando $\vec{v}$ es paralelo a $\vec{B}$.

De la ecuación que da la fuerza magnética se puede definir la unidad de campo magnético, tesla, nombrada al comienzo del tema, que corresponde al campo magnético que produce una fuerza de un newton, sobre una carga de un culombio, que se mueve perpendicularmente al campo a razón de un metro por segundo. El tesla es una unidad de campo magnético muy grande. Por ejemplo, el campo magnético cerca de la superficie de la Tierra, aunque varía de unos lugares a otros, es del orden de $3 \cdot 10^{-5}$ T, por ello se suele utilizar con frecuencia el gauss (G), cuya relación con el tesla es: 1 G = 10^{-4} T.

Ya que la fuerza ejercida por un campo magnético sobre una partícula cargada en movimiento es siempre perpendicular a su velocidad, el trabajo realizado por esta fuerza es siempre cero. Por tanto, un campo magnético estático no realiza trabajo sobre las cargas. Por el contrario, un campo eléctrico desde luego que puede realizar trabajo sobre las cargas.

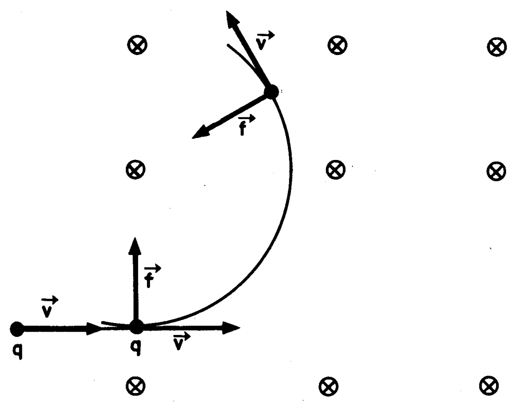
Vamos a ver ahora el movimiento que describe una carga móvil en el interior de un campo magnético uniforme, es decir, un campo magnético que tiene la misma intensidad y dirección en todos sus puntos. Analizaremos, en primer lugar, el caso de una partícula que se mueve perpendicularmente al campo magnético. Como la fuerza es perpendicular a la velocidad, su efecto es cambiar la dirección de la velocidad sin cambiar su módulo, resultando, por tanto, un movimiento circular uniforme (figura 12). La aceleración es centrípeta y, según la segunda ley de Newton:

$$qvB = ma_c = mv^2/r$$

De aquí se deduce el radio de la circunferencia que describe la partícula:

$$r = \frac{mv}{qB}$$

Figura 12



Escribiendo $v = \omega r$, donde ω es la velocidad angular, se tiene: $\omega = (q/m)\, B$

Por lo tanto, la velocidad angular es independiente de la velocidad lineal y depende sólo del cociente q/m y del campo B. Esta última expresión da el módulo de ω pero no su dirección. Si se recuerda que la aceleración, en un movimiento circular uniforme, se puede escribir como $\vec{a} = \vec{\omega} \times \vec{v}$, la ecuación de movimiento, $\vec{F} = m\vec{a}$ es:

$$m\vec{\omega} \times \vec{v} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Invirtiendo el producto vectorial en el segundo miembro y dividiendo por m:

$$\vec{\omega} \times \vec{v} = -\frac{q}{m}\vec{B} \times \vec{v}$$

Esto implica que: $\vec{\omega} = -\dfrac{q}{m}\vec{B}$

Ecuación que nos da el vector velocidad angular, tanto en módulo como en dirección y sentido. El signo menos indica que la velocidad angular tiene dirección opuesta a $\vec{B}$ para una carga positiva y la misma dirección para una carga negativa. La curvatura de la trayectoria de un ion en un campo magnético constituye un método para determinar si su carga es negativa o positiva, si se sabe cuál es el sentido del movimiento.

Si una partícula cargada se mueve inicialmente en una dirección que no es perpendicular al campo magnético, se puede descomponer la velocidad en sus componentes paralela y perpendicular al campo magnético. La componente paralela permanece constante y la perpendicular cambia continuamente de dirección pero no de magnitud. El movimiento es entonces el resultado de un movimiento uniforme en la dirección del campo y un movimiento circular alrededor del campo con velocidad angular dada por $(q/m)B$. La trayectoria es, por lo tanto, una hélice.

De la expresión obtenida para el radio de la circunferencia se deduce que, cuanto mayor es el campo magnético, menor es el radio de la trayectoria de la partícula cargada. Por lo tanto, si el campo magnético no es uniforme, la trayectoria no es circular.

Un ejemplo interesante del movimiento de iones en un campo magnético es el caso de las partículas cargadas que inciden sobre la Tierra, provenientes del espacio exterior, las cuales constituyen parte de lo que se denomina rayos cósmicos. Las partículas que inciden según el eje magnético de la Tierra no sufren desviación alguna y llegan a la Tierra aunque tengan energía muy pequeña. Las partículas que caen oblicuamente con respecto al eje magnético terrestre, describen una trayectoria helicoidal, que puede ser tan curvada si las partículas se mueven muy lentamente, que no llegan a la superficie terrestre. Las que llegan sobre el ecuador magnético experimentan la mayor desviación porque se mueven en un plano perpendicular al campo magnético; en consecuencia, sólo las partículas que tienen mayor energía pueden alcanzar la superficie terrestre. En otras palabras: la energía mínima que una partícula cósmica cargada debe tener para llegar a la superficie de la Tierra, aumenta a medida que se va del eje magnético terrestre al ecuador magnético.

Los cinturones de radiación de Van Allen son otro ejemplo de la interacción de partículas cósmicas cargadas con el campo magnético terrestre. Estos cinturones están compuestos de partículas cargadas rápidas, principalmente electrones y protones, atrapados en el campo magnético terrestre. El primer cinturón se extiende aproximadamente entre los 800 y los 4.000 km de la superficie de la Tierra, mientras que el segundo se extiende a unos 60.000 km de la Tierra.

4.2. <u>Acción de un campo magnético sobre una corriente eléctrica</u>

Vamos a considerar una sección transversal de un conductor, a través de la cual se están moviendo partículas con carga q y velocidad $\vec{v}$.

Supongamos ahora que el conductor está dentro de un campo magnético. La fuerza sobre cada carga viene dada por $\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B}$ y, por tanto, la fuerza sobre un elemento de carga que atraviese la sección del conductor en un tiempo infinitesimal será:

$$d\vec{F} = dq\,\vec{v}\times\vec{B}$$

Podemos escribir la velocidad de la carga como: $\vec{v} = \dfrac{d\vec{l}}{dt}$, donde $d\vec{l}$ es el elemento de corriente (figura 13). Por tanto, la fuerza es:

$$d\vec{F} = dq\,\frac{d\vec{l}}{dt}\times\vec{B} = \frac{dq}{dt}\,d\vec{l}\times\vec{B} = Id\vec{l}\times\vec{B}$$

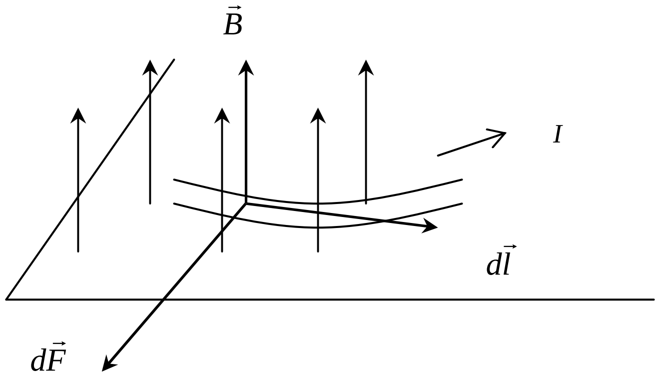


Figura 13

Para obtener la fuerza total que actúa sobre un conductor con corriente, integramos la ecuación anterior:

$$\vec{F} = \int_L Id\vec{l}\times\vec{B}$$

La línea L es el conductor en cuestión. Por ejemplo, en el caso de un conductor rectilíneo, en el interior de un campo magnético uniforme, como $\vec{B}$ y $d\vec{l}$ son vectores constantes, se pueden sacar de la integral, quedando:

$$\vec{F} = \int_L Id\vec{l}\times\vec{B} = I\left[\int_L d\vec{l}\right]\times\vec{B} = I\vec{L}\times\vec{B}$$

Donde el vector $\vec{L}$ es un vector cuya dirección es la recta del conductor, sentido el de la corriente y módulo, la longitud del conductor. Si el ángulo que forman el conductor y el campo magnético es θ, el módulo de la fuerza es:

$$F = ILB\,\text{sen}\theta$$

El conductor está sometido a una fuerza perpendicular a él y al campo magnético. Este es el principio sobre el que se basa el funcionamiento de los motores eléctricos.

La fuerza es cero si el conductor es paralelo al campo (θ = 0) y máxima si es perpendicular a él (θ = π/2).

3.5. <u>Fuerzas entre corrientes paralelas. Definición de Amperio.</u>

Supongamos dos conductores rectilíneos y paralelos (figura 14) separados una distancia d y por los que pasan corrientes I_1 e I_2 en el mismo sentido.

Como cada conductor se encuentra dentro del campo magnético creado por el otro, cada conductor estará sometido a una fuerza magnética.

El conductor 1 crea un campo magnético en el punto P_2, donde se encuentra el conductor 2, que vale:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$$

Este campo ejerce una fuerza sobre el conductor 2 que viene dada por:

$$F_2 = I_2 L_2 B_1 = I_2 L_2 \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} = \frac{\mu_0}{2\pi d} I_1 I_2 L_2$$

El conductor 2 crea un campo magnético en el punto P_1, donde se encuentra el conductor 1, cuyo valor es:

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}$$

La fuerza a la que está sometido el conductor 1 es: $F_1 = I_1 L_1 B_2 = I_1 L_1 \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d} = \frac{\mu_0}{2\pi d} I_1 I_2 L_1$

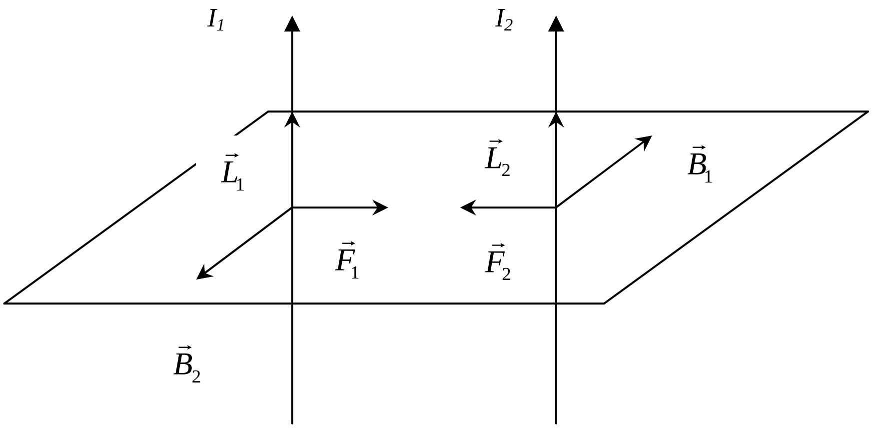


Figura 14

Ambas fuerzas tienen la misma dirección, pero sentido opuesto. Como se ve en la figura 14, dos conductores paralelos e indefinidos por los que circulan corrientes en el mismo sentido se atraen. Si por los dos conductores circulan corrientes en sentido contrario se repelen.

El que dos conductores paralelos se ejerzan fuerzas de atracción o de repulsión entre ellos se ha tomado como criterio para definir la unidad de intensidad de corriente en el Sistema Internacional:

"*Un amperio es la corriente que, circulando por dos conductores paralelos e indefinidos, separados una distancia de un metro, en el vacío, produce sobre cada conductor una fuerza de $2 \cdot 10^{-7}$ N por cada metro de longitud del conductor*".

El amperio se define, por tanto, a partir de datos mecánicos, como son fuerzas y distancias. Esta definición es más precisa y sencilla que la antigua, basada en la electrólisis.

5. APLICACIÓN A DISPOSITIVOS TECNOLÓGICOS

Existen multitud de aplicaciones del magnetismo a dispositivos tecnológicos, desde la dínamo de la bicicleta hasta los aceleradores de partículas, pasando por el espectrómetro de masas, los motores eléctricos, la generación de corriente alterna, o el confinamiento de materia para procesos de fusión. Aquí se van a analizar sólo algunos de ellos.

5.1. Espectrómetro de masas

Es un dispositivo que permite separar los iones de un elemento según la masa y la carga de cada uno de sus isótopos. Por tanto, se utiliza para hacer un análisis isotópico de un elemento y también para separar moléculas de distintas sustancias según la masa que poseen.

En la figura 15 se muestra un esquema del aparato. (1) es una fuente de iones que se aceleran mediante un campo eléctrico, (2) es un selector de velocidades y (3) es la región donde se aplica el campo magnético perpendicular al papel. La velocidad de entrada de los iones en esta región se calcula igualando la energía cinética que adquiere una carga al trabajo realizado por el campo eléctrico, obteniéndose:

$$v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}$$

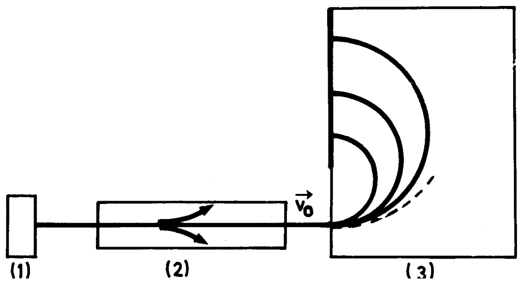


Figura 15

En la región (3) hay un campo magnético uniforme dirigido hacia afuera. El ion describirá entonces una órbita circular, curvada en un sentido o en otro según sea el signo de su carga q. Después de describir una semicircunferencia los iones inciden sobre una placa fotográfica, dejando una marca. En los dispositivos actuales inciden sobre un detector, que a su vez está conectado a un ordenador. El radio *r* de la órbita viene dado por $r = mv/qB$, y despejando la velocidad v:

$$v = \frac{qBr}{m}$$

Combinando con la ecuación anterior se obtiene: $\frac{q}{m} = \frac{2V}{B^2 r^2}$

Esta expresión da la razón *q/m* en función de tres cantidades (*V*, *B* y *r*) que pueden medirse fácilmente. Se puede aplicar esta técnica a electrones, protones o cualquier otra partícula, átomo o molécula cargada. Midiendo la carga independientemente, se puede obtener la masa de la partícula.

El dispositivo de la figura 15 constituye un espectrómetro de masas, porque separa los iones que tienen la misma carga, *q*, pero diferente masa, *m*, ya que de acuerdo con la última ecuación, el radio de la trayectoria de cada ion cambia según el valor de *q/m* del mismo. Este espectrómetro particular se denomina espectrómetro de masas de Dempster. Los científicos que usaban esta técnica, descubrieron, en los años 20 del siglo pasado, que átomos del mismo elemento químico no tienen necesariamente la misma masa, es decir, la existencia de isótopos.

5.2. Aceleradores de partículas

En física experimental, cuanto menor es el objeto de estudio, mayor es el tamaño del instrumento necesario para estudiarlo. Es lo que ocurre en la física de partículas, en el estudio de la estructura fundamental de la materia. Esta estructura fundamental se pone de manifiesto en las colisiones entre partículas. Si la energía de las partículas que colisionan es suficientemente grande, pueden crearse una multitud de nuevas partículas en la colisión. Las propiedades de esas partículas dan indicios acerca de la estructura de la materia en su escala más pequeña, que generalmente se expresa en forma de modelos que relacionan las partículas fundamentales.

Cuanto mayor es la energía de colisión más rica es la variedad de partículas que se producen, por ello ha habido un continuo desarrollo de los aceleradores, de forma que éstos son capaces de proporcionar cada vez más energía a las partículas colisionantes. Los campos magnéticos son esenciales para el funcionamiento del los aceleradores de partículas. En los aceleradores, un campo eléctrico acelera (da energía) a un haz de partículas cargadas en el interior de un tubo de vacío y, generalmente se usan campos magnéticos para desviar el haz, o para hacer que describa una trayectoria curva.

Veamos la descripción del más importante de los primeros aceleradores que se construyeron, el **ciclotrón**. El ciclotrón es un acelerador de partículas cargadas formado por dos conductores huecos en forma de D, contrapuestos y separados, como se ve en la figura 16. Entre los dos conductores se aplica una diferencia de potencial alterna. Estos conductores se colocan en el interior de un campo magnético uniforme perpendicular a los mismos.

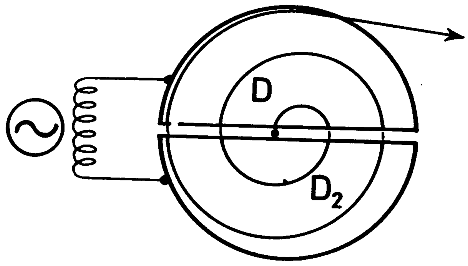


Figura 16

En el caso de la figura el campo magnético va dirigido hacia afuera. Si en el centro de este sistema se libera una partícula con carga positiva, ésta entrará en el interior hueco de una *D* movida por el potencial. Debido a su pequeña velocidad inicial y al campo magnético, describirá una trayectoria semicircular en el interior de la *D*, hasta salir al espacio de separación entre ambas. Si el módulo de su velocidad es v, el radio de curvatura es $r = mv/qB$. En el interior de la *D* el valor de la velocidad de la partícula no cambia, pues el campo eléctrico es cero, sin embargo, cuando la partícula pasa por la zona de separación central surge una aceleración debida al campo eléctrico entre los conductores, y el módulo de su velocidad aumenta. Al entrar de nuevo en una *D* con mayor valor de v, describirá un nuevo semicírculo de radio mayor, hasta pasar otra vez por la separación, y así sucesivamente. La clave de que la partícula gane velocidad cada vez que pasa por la zona de separación está en que la diferencia de potencial aplicada entre los conductores tenga el signo conveniente. Para que esto ocurra la diferencia de potencial debe cambiar de signo con la frecuencia de ciclotrón de la partícula. Cuando un haz alcanza el borde externo del ciclotrón, una placa deflectora dirige el haz hacia su objetivo exterior.

Los aceleradores tipo **sincrotrón**, de tamaño mucho mayor, están diseñados de forma que el haz viaje a lo largo de un camino determinado por el interior de un tubo en forma de anillo. Como los campos magnéticos se necesitan únicamente para desviar y guiar el haz de partículas, es posible construir anillos de acelerador de gran diámetro. A medida que las partículas se mueven recorriendo el anillo, se sincroniza la posición de un grupo de partículas del haz en el anillo con las etapas de aceleración que incrementan la energía de las partículas. Las corrientes que dan lugar a los campos magnéticos están también sincronizadas con el grupo de partículas, de forma que la fuerza magnética sobre las partículas cargadas curve el haz y lo fuerce a permanecer alineado cerca del centro del tubo.

Al comienzo de la década de los ochenta, uno de los mayores aceleradores (sincrotrón) que había estaba en el Fermilab, cerca de Batavia, Illinois, con un anillo de 1,9 km de diámetro. En el anillo Tevatrón del Fermilab, los protones son acelerados hasta obtener una energía cinética de 1 TeV (10^{12} eV) y una velocidad cercana a la de la luz.

Desde 1989 hasta finales de 2000 estuvo funcionando en el CERN el gran colisionador de electrones-positrones (LEP, siglas en inglés), un anillo de 27 km que ha conseguido acelerar electrones y positrones hasta una energía de unos 200 GeV.

En 1993 el gobierno de Estados Unidos suspendió el proyecto de construcción del Supercolisionador Superconductor, diseñado para colisiones protón-protón. Este acelerador iba a utilizar imanes con bobinas superconductoras, colocadas alrededor de un anillo de unos 87 km de longitud. En él se acelerarían dos grupos de protones hasta energías del orden de 20 TeV, provocando entonces su colisión, de forma que se dispondría de una energía de 40 TeV para los procesos de colisión.

En 2008 empezó a funcionar el gran colisionador de hadrones (LHC), diseñado para acelerar y colisionar haces de protones, de hasta 7 TeV, en el túnel del LEP y cuya principal misión es estudia la validez y los límites del modelo estándar.

ESQUEMA TEMA 21

Una carga eléctrica estática crea un campo eléctrico. Si la carga se mueve, constituye una corriente eléctrica y lleva asociado, además del campo eléctrico, un campo magnético. Por lo tanto, un conductor por el que circula una corriente, en sus alrededores, provoca fuerzas sobre un imán o sobre otra corriente eléctrica.

1. CAMPO MAGNÉTICO

Algunos minerales naturales, la magnetita fundamentalmente, presentan la propiedad de atraer pequeños trozos de hierro. A este tipo de cuerpos se les denomina **imanes naturales** y la propiedad que poseen se denomina magnetismo. Además, existen otras sustancias, como el hierro, el cobalto y el níquel, entre otros, que pueden adquirir el magnetismo de una manera artificial. A estos cuerpos se les da el nombre de **imanes artificiales**.

Todo imán natural o artificial, presenta la máxima atracción magnética en los extremos, que reciben el nombre de **polos magnéticos**. A los polos se les da los nombres de Norte y Sur porque un imán se orienta, aproximadamente, según los polos geográficos de la Tierra, que es un imán natural. Esta orientación es debida a la propiedad fundamental del magnetismo: polos del mismo nombre se repelen y polos de nombre distinto se atraen.

Esta propiedad se explica admitiendo que un imán origina un **campo magnético** en el espacio que le rodea. Este campo se pone de manifiesto por la fuerza que ejerce sobre otro imán o sobre un trozo de hierro que se coloque en su proximidad.

El sentido del campo magnético en un punto se elige igual a la orientación del eje sur-norte de la brújula. El campo magnético se representa gráficamente mediante las líneas de fuerza o **líneas de campo**.

Oersted descubrió, en 1819, que las corrientes eléctricas producen campos magnéticos. Faraday observó el efecto contrario: aproximando un imán a un conductor en movimiento, en éste se origina una corriente eléctrica. Ampère desarrolló los fundamentos del electromagnetismo. Ampère estableció que el origen de los imanes está en pequeños circuitos de dimensiones atómicas o moleculares.

2. CARÁCTER NO CONSERVATIVO DEL CAMPO MAGNÉTICO

La ley de Biot-Savart es análoga en el magnetismo a la ley de Coulomb en la electrostática. Da el campo creado por un elemento infinitesimal de corriente:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l} \times \vec{u}_r}{r^2}$$

La dirección de $d\vec{B}$ viene dada por el producto vectorial, por lo que será perpendicular tanto al elemento de corriente como al vector unitario $\vec{u}_r$, y su sentido vendrá dado por la regla de la mano derecha. Es decir, cuando los dedos de la mano derecha se curvan desde el vector $Id\vec{l}$ hacia el vector unitario $\vec{u}_r$, el dedo pulgar señalará la dirección del campo magnético. El valor de μ_0 en unidades del Sistema Internacional viene determinado por la definición de amperio (que se verá más adelante) y es exactamente: $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ TmA^{-1}

Existen algunas similitudes entre la ley de Biot-Savart para el campo magnético y la ley de Coulomb para el campo eléctrico, como por ejemplo, la dependencia de $1/r^2$ con la distancia, pero también existen algunas diferencias significativas, como la dirección del campo o el hecho de que no existe un polo magnético aislado.

Integrando la ley de Biot-Savart se puede obtener el campo magnético creado por un **conductor rectilíneo** delgado e indefinido, que lleva una corriente *I*, a una distancia *R* del mismo:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

Utilizando la expresión que acabamos de deducir, se puede calcular la circulación del campo magnético a lo largo de una circunferencia concéntrica con un alambre recto, obteniéndose:

$$\int_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

Definiendo el vector campo magnético $\vec{H}$ o simplemente vector $\vec{H}$, de la forma: $\vec{H} = \dfrac{\vec{B}}{\mu}$

La ecuación anterior queda:

$$\int \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$$

Esta (o la ecuación anterior) es la expresión de la ley de Ampère: *la circulación a lo largo de una línea cerrada del vector $\vec{H}$ es igual a la corriente encerrada por la línea*.

El hecho de que la circulación del campo magnético no sea generalmente nula, indica que el campo magnético **no es conservativo**, es decir no tiene un potencial magnético en el mismo sentido que el campo eléctrico tiene un potencial eléctrico. Por lo tanto, no existe una función escalar cuyo gradiente, cambiado de signo, nos proporcione, en el caso más general, el campo magnético.

3. GENERACIÓN DE CAMPOS MAGNÉTICOS

El flujo magnético a través de cualquier superficie, cerrada o no, colocada en un campo magnético es:

$$\phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Como las líneas de fuerza del campo magnético son cerradas, *el flujo magnético a través de cualquier superficie cerrada es siempre nulo*. Esto puede expresarse como sigue:

$$\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

Este resultado constituye la ley de Gauss para el campo magnético. En forma diferencial, si se utiliza el teorema de la divergencia, queda: div $\vec{B} = 0$

El hecho de que la divergencia sea nula nos indica que el campo magnético no tiene fuentes escalares, es decir, no existen polos magnéticos aislados. Teniendo en cuenta el teorema de Ampère:

$$\int \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

Utilizando el teorema de Stokes, se deduce: rot $\vec{B} = \mu_0 \vec{j}$, que es la ley de Ampère en forma diferencial. En una región donde no haya corriente eléctrica, se tendrá: rot $\vec{B} = 0$. Se puede decir, por tanto, que las corrientes eléctricas son las fuentes del campo magnético. La expresión equivalente para el campo eléctrico es: rot $\vec{E} = 0$ que deriva del hecho de que la circulación del campo electrostático, a lo largo de una línea cerrada, es nula.

La ley de Biot y Savart se puede expresar como una función de la carga que se mueve y de la velocidad de movimiento, en vez de utilizar la intensidad de corriente. Teniendo en cuenta la definición de intensidad de corriente y de velocidad, se obtiene:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\,\vec{v} \times \vec{u}_r}{r^2}$$

Esta ecuación es otra forma de escribir la ley de Biot-Savart, y permite calcular el campo magnético creado en cualquier punto del espacio por una carga en movimiento, tal como un electrón.

El campo producido por una **corriente rectilínea indefinida** es: $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi R}$

Si en lugar de un conductor rectilíneo, tenemos una **corriente circular** (**espira de corriente):**

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

El campo magnético creado por una bobina o **solenoide** es: $B = \mu_0\, nI$

4. EFECTOS DEL CAMPO MAGNÉTICO

Cuando se coloca una carga eléctrica en reposo en un campo magnético, no se observa ninguna interacción especial, pero cuando la carga eléctrica se mueve en una región donde hay un campo magnético, se observa una nueva fuerza sobre la carga, además de las fuerzas debidas a las interacciones gravitacional y eléctrica. Esta fuerza vale: $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$

Cuando la partícula cargada se mueve en una región donde hay un campo eléctrico y uno magnético, la fuerza total que actúa sobre ella es la suma de la fuerza eléctrica y la fuerza magnética:

$$F = q\vec{E} + q\vec{v}\times\vec{B}$$ **(fuerza de Lorentz)**

En el caso de una partícula que se mueve perpendicularmente al campo magnético, como la fuerza es perpendicular a la velocidad, su efecto es cambiar la dirección de la velocidad sin cambiar su módulo, resultando, por tanto, un movimiento circular uniforme. La aceleración es centrípeta y, según la segunda ley de Newton: $qvB = ma_c = mv^2/r$

De aquí se deduce el radio de la circunferencia que describe la partícula: $r = \dfrac{mv}{qB}$

La fuerza total que actúa sobre un conductor con corriente es: $\vec{F} = \int_L I d\vec{l} \times \vec{B}$

Si se trata de un conductor rectilíneo: $\vec{F} = I\vec{L}\times\vec{B}$

El conductor está sometido a una fuerza perpendicular a él y al campo magnético.

A partir de la fuerza que se ejercen dos conductores rectilíneos y paralelos se puede definir la unidad de intensidad de corriente en el Sistema Internacional: "*Un amperio es la corriente que, circulando por dos conductores paralelos e indefinidos, separados una distancia de un metro, en el vacío, produce sobre cada conductor una fuerza de $2\cdot10^{-7}$ N por cada metro de longitud del conductor*".

5. APLICACIÓN A DISPOSITIVOS TECNOLÓGICOS

Existen multitud de aplicaciones del magnetismo a dispositivos tecnológicos, desde la dínamo de la bicicleta hasta los aceleradores de partículas, pasando por el espectrómetro de masas, los motores eléctricos, la generación de corriente alterna, o el confinamiento de materia para procesos de fusión. Aquí se van a analizar sólo algunos de ellos.

El **espectrómetro de masas e**s un dispositivo que permite separar los iones de un elemento según la masa y la carga de cada uno de sus isótopos. Por tanto, se utiliza para hacer un análisis isotópico de un elemento y también para separar moléculas de distintas sustancias según la masa que poseen .

En física experimental se utilizan **aceleradores de partículas** para estudiar los constituyentes más pequeños de la materia. El más importante de los primeros que se construyeron, el **ciclotrón,** es un acelerador de partículas cargadas formado por dos conductores huecos en forma de D, contrapuestos y separados. Entre los dos conductores se aplica una diferencia de potencial alterna. Estos conductores se colocan en el interior de un campo magnético uniforme perpendicular a los mismos. Si en el centro de este sistema se libera una partícula con carga positiva, ésta entrará en el interior hueco de una *D* movida por el potencial. Debido a su pequeña velocidad inicial y al campo magnético, describirá una trayectoria semicircular en el interior de la *D*, hasta salir al espacio de separación entre ambas. Si el módulo de su velocidad es v, el radio de curvatura es $r = mv/qB$. La clave de que la partícula gane velocidad cada vez que pasa por la zona de separación está en que la diferencia de potencial aplicada entre los conductores tenga el signo conveniente. Cuando un haz alcanza el borde externo del ciclotrón, una placa deflectora dirige el haz hacia su objetivo exterior.

Los aceleradores tipo **sincrotrón**, de tamaño mucho mayor, están diseñados de forma que el haz viaje a lo largo de un camino determinado por el interior de un tubo en forma de anillo. Como los campos magnéticos se necesitan únicamente para desviar y guiar el haz de partículas, es posible construir anillos de acelerador de gran diámetro.

BIBLIOGRAFÍA

- GETTYS, W.E., KELLER, F.J. y SKOVE, M.J. Física clásica y moderna. Madrid: McGraw-Hill.
(1992)

-TIPLER, P. A. Física para la ciencia y la tecnología (volumen 2ª- Electricidad y Magnetismo) 6ª Edición. Reverté (2010)

- REITZ, J.R., MILFORD, F.J y CHRISTY, Fundamentos de la teoría electromagnética. Alhambra
Mexicana. (2001)

- COSTA, J. y LÓPEZ, F. Interacción electromagnética. Reverté (2007)

- BURBANO DE ERCILLA, S. y BURBANO GARCÍA, E. Física General. 32ª Edición. Editorial
Tebar. (2003)

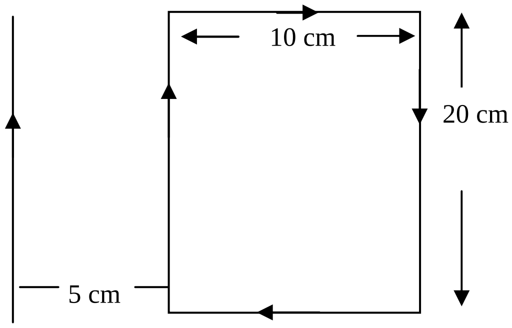
- ALONSO, M. y FINN, E. J. Física. Alhambra mexicana. (1995)

- JOHN D. KRAUS. Electromagnetismo. McGraw-Hill. (1992)

- HAYT, W. H. y BUCK, J.A. Teoría Electromagnética. 7ª edición. McGraw-Hill. (2006)

PROBLEMAS RESUELTOS TEMA 21

1. El cuadro rectangular de la figura adjunta, por el que circula una corriente de 2 A en el sentido indicado, es coplanario con un conductor rectilíneo e indefinido por el que circula una corriente de 5 A. Calcúlese la fuerza que el campo magnético creado por el hilo indefinido ejerce sobre cada uno de los lados del rectángulo, así como la fuerza total sobre éste. $\mu = 4\pi{\cdot}10^{-7}$ Wb/Am (Agregados 1978)



El campo magnético creado por un hilo conductor indefinido viene dado por.

$$B = \mu_o I/2\pi R$$

La fuerza que este campo magnético ejerce sobre un conductor rectilíneo paralelo al hilo conductor creador del campo es:

$$\mathbf{F} = I\,\mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

Esta fuerza es perpendicular al plano determinado por el campo magnético y el conductor.

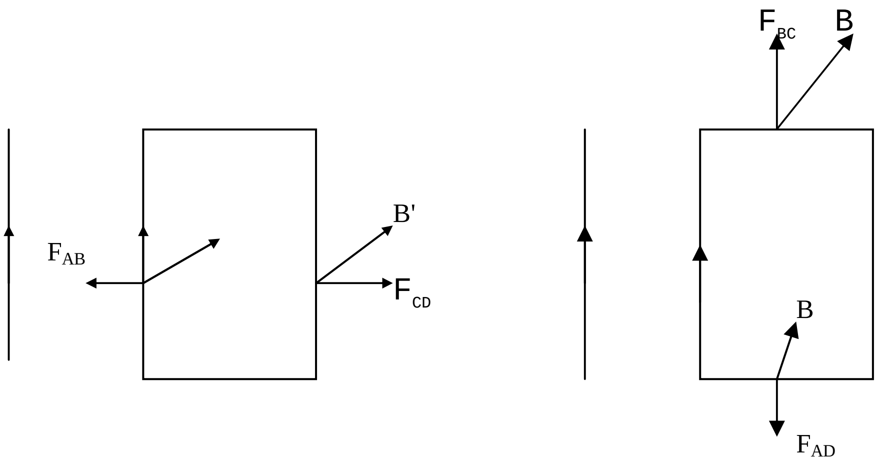
Aplicando estas fórmulas se puede calcular el valor de la fuerza que el conductor rectilíneo ejerce sobre cada uno de los lados del rectángulo.

Los lados AB y CD (izquierdo y derecho) son paralelos al hilo conductor. El módulo de la fuerza en cada uno de ellos será:

$$F_{AB} = I'l\,B = \mu_o I/2\pi R_1 .\ l_{AB} .\ I' = (4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 2/2\pi \cdot 0.05)\cdot 0{,}2\cdot 5 = 8\cdot 10^{-6}\ N$$

$$F_{CD} = (4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 2/2\pi\cdot 0{,}15)\cdot 0{,}2\cdot 5 = 2{,}6\cdot 10^{-6}\ N$$

Las fuerzas F_{AB} y F_{CD} tienen la misma dirección, perpendicular al plano formado por el conductor rectilíneo y el campo magnético. El sentido de ambas fuerzas es contrario. La fuerza F_{AB} se dirige hacia el conductor y la F_{CD} en sentido contrario.



Las fuerzas que se ejercen sobre los lados BC y AD son iguales en módulo y dirección pero de sentido contrario. La resultante de ambas fueras será nula. El módulo de ambas se calcula:

$$F_{BC} = F_{AD} = \int_{0,05}^{0,15} I\acute{}B \cdot dl = \int_{0,05}^{0,15} \mu_0 \cdot I \cdot I'/2\pi \left[\ln 1\right]_{0,05}^{0,15} = 2,2\ 10^{-6}\,N$$

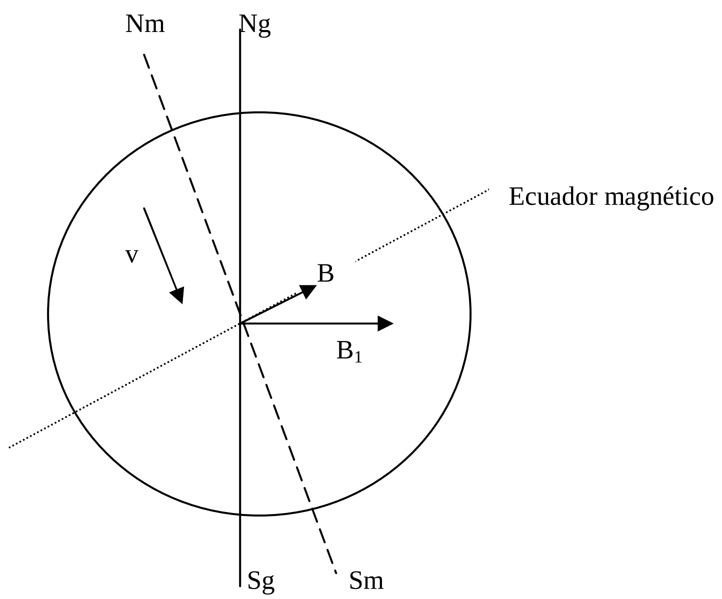
Como las fuerzas F_{BC} y F_{AD} son iguales y de sentido contrario, su resultante es cero.

La única fuerza que actúa sobre el cuadro es la resultante de las fuerzas sobre los lados AB y CD.

$$F_{AB} + F_{CD} = 8\cdot 10^{-6}\ N - 2,6.\cdot 10^{-6}\ N = 5,3\cdot 10^{-6}\ N$$

Esta fuerza se dirige hacia el conductor.

2. Calcular la diferencia de potencial entre los extremos de las alas metálicas de un avión, sabiendo que tienen 30 m de envergadura y vuela paralelamente a la superficie terrestre en la dirección Norte-Sur magnética, con una velocidad de 450 km/h. La componente horizontal del campo magnético terrestre vale $0,2\cdot 10^{-8}$ V.s/cm^2 y la inclinación magnética 65^o. (Agregados 1979)



Inclinación magnética es el ángulo que forma el campo con la horizontal.

B es perpendicular a **v**

Excepto en el ecuador magnético, el campo magnético terrestre no es horizontal

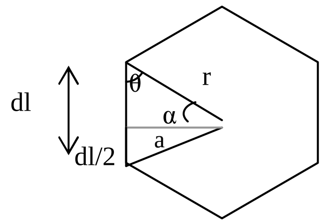
$$B.\ \cos\ (\text{inclinación magnética}) = B_H$$

$$F = B.q.v = E.q = V/d.q \qquad\qquad V = B.v.d$$

$$V = (B_H/\cos 65^o\ ).v.d = (0{,}2\cdot 10^{-8}\cdot 10^{4}/\cos 65^o)\cdot\ 450\cdot 10^{3}/3600\ \cdot\ 30 = 0{,}177\ V.$$

3. Partiendo de la 2ª ley de Laplace, calcular el campo magnético creado en el centro de un circuito en forma de hexágono regular de 36$\sqrt{3}$ cm de perímetro, cuando circula una corriente continua capaz de depositar por electrólisis de nitrato de plata 10,062 g de este metal en 16 minutos y 40 s. (Agregados 1975)

$dB = \mu/4\pi\ Idl\ \text{sen}\ \theta/r^2$



$\text{sen}\ \theta = \cos\ \alpha$

$l/2 = a\ \text{tag}\ \alpha$, derivando $1/2.dl = a\ d\alpha/\ \cos^2\alpha$

$$a = \sqrt{\left(6\sqrt{3}\right)^2 - \left(3\sqrt{3}\right)^2} = 9\text{cm}$$

Ya que, de la expresión: $m = P_a\ I\ t/v\ 96500$

La intensidad es: $I = m.v.96500/p_a.t = 10{,}062.\ 1.\ 96500/108.1000 = 9\ A.$

$$dB = \mu/4\pi.\ I.2a.\ d\alpha\ \ \cos\alpha/\ \cos^2\alpha(\ a^2/\ \cos^2\alpha) = \mu.\ I/2\pi a.\ \cos\alpha.\ d\alpha$$

$$B = 6\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \mu\ I/2\pi a\cos\alpha\ d\alpha\ =\ 6\ \mu\ I/2\pi\ \ a\ (\text{sen}\,\pi/6 +\ \text{sen}\,\pi\ /6)\ =\ 12\cdot 10^{-5}\ \text{Wb/m2}$$

4. ¿Cual es la velocidad de un haz de electrones, si la acción simultánea de un campo eléctrico de intensidad 340.000 V/m y de un campo magnético de 20 Gauss, no produce desviación de los electrones, siendo ambos campos perpendiculares al haz y perpendiculares entre si? Representar en un diagrama los vectores v, E y B. (Agregados 1977)

Para que no se produzca desviación en los electrones, la fuerza que ejercen los campos eléctrico y magnético ha de ser igual.

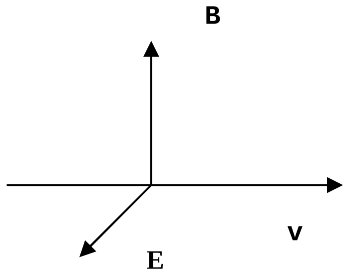
Fuerza debida al campo eléctrico = e. E

Fuerza debida al campo magnético = e.v.B

e.E = e.v.B

340.000 V/m = v. $20 \cdot 10^{-4}$ ($20 \cdot 10^{-4}$ Wb/m^2)

v = 340.000/$20 \cdot 10^{-4}$ = $17 \cdot 10^{7}$ m/s



La representación de los vectores **v**, **E** y **B** se muestra en la figura.

5. Mediante una diferencia de potencial de 3500 V aplicada a iones de potasio (masa del protón $1{,}7\cdot 10^{-27}$ kg) y de carga $1{,}6\cdot 10^{-19}$ C se les comunica una velocidad v. Después penetran en un campo magnético uniforme de 0,6 T que es perpendicular a v y describen una semicircunferencia antes de ser absorbidos. Calcular: a) El valor de la energía cinética; b) El radio de la semicircunferencia; c) si los iones acelerados son una mezcla de $^{39}K^{+}$ y $^{41}K^{+}$, deducir la relación entre los radios de las trayectorias descritas por ambos iones.

a) Como consecuencia la diferencia de potencial aplicada, los iones adquieren una energía cinética, tal que:

$$1/2.m.v^2 = q.\ \Delta V$$

$$E_c = 1{,}6.10^{-19}\text{C}.\ 3500\text{V} = 0.56.10^{-15}\ \text{J}$$

b) Como consecuencia del campo magnético, los iones adquieren un movimiento circular uniforme. Igualando la fuerza magnética con el producto de masa por aceleración centrípeta:

$$q.v.B = m.v^2/R$$

Pero como $v = \sqrt{2q\Delta V/m}$; luego $R = 1/B.\sqrt{2.m.\ \Delta V/q}$ sustituyendo datos:

$R_1 = 1/0{,}6\ \text{T}.\sqrt{2\cdot 6{,}63\cdot 10^{-26}\cdot\ 3.500/1{,}6\cdot 10^{-19}} = 0{,}09$ m

c) De la ecuación $R = 1/B.\sqrt{2m\Delta V/q}$, se deduce que el radio que describe cada ion es función directa de la raíz cuadrada de su masa; si se llama R_1 al radio del ion $^{39}K^{+}$, de masa $m_1 = 39\cdot 1{,}7\cdot 10^{-27}$ kg = $6{,}63\cdot 10^{-26}$ kg; y R_2 al radio del ion $^{41}K^{+}$ de masa

$m_2 = 41\cdot 1{,}7\cdot 10^{-27}$ kg = $6{,}97\cdot 10^{-26}$ kg, de la ecuación del radio se obtiene:

$R_2/R_1 = \sqrt{m_2} / \sqrt{m_1} = \sqrt{41/39} = 1{,}03$; $R_2 = 9$ cm.1,03 = 9,2 cm

Esta relación entre la masa del ion y el radio de su trayectoria permite diferenciar los diferentes isótopos de un elemento.

RESUMEN (Ejemplo para la Redacción del tema en la Oposición)

CAMPO MAGNÉTICO. CARÁCTER NO CONSERVATIVO DEL CAMPO MAGNÉTICO. GENERACIÓN DE CAMPOS MAGNÉTICOS Y EFECTOS SOBRE CARGAS EN MOVIMIENTO. APLICACIÓN A DISPOSITIVOS TECNOLÓGICOS.

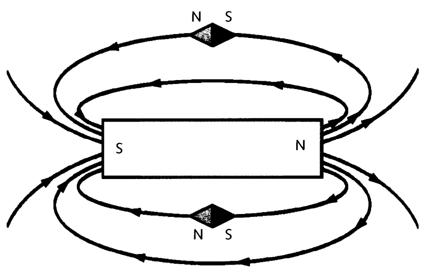
Una carga eléctrica estática crea un campo eléctrico. Si la carga se mueve, constituye una corriente eléctrica y lleva asociado, además del campo eléctrico, un campo magnético. Por lo tanto, un conductor por el que circula una corriente, en sus alrededores, provoca fuerzas sobre un imán o sobre otra corriente eléctrica.

En el presente tema se analizará, en primer lugar, a partir de la ley de Biot y Savart, el carácter no conservativo del campo magnético, propiedad que lo hace muy diferente del campo electrostático creado por cargas estáticas. Se estudiarán las fuentes del campo magnético, como una carga en movimiento o distintos tipos de corrientes eléctricas, así como el campo magnético que generan. Después veremos la fuerza que produce el campo magnético sobre una carga y sobre una corriente y se deducirá la fuerza entre corrientes paralelas, fuerza que permite definir el amperio midiendo fuerzas y distancias únicamente. Por último, se comentarán algunas aplicaciones interesantes de la acción de campos magnéticos.

El fenómeno del magnetismo es conocido desde la antigüedad. Algunos minerales naturales, la magnetita fundamentalmente, presentan la propiedad de atraer pequeños trozos de hierro. A este tipo de cuerpos se les denomina **imanes naturales** y la propiedad que poseen se denomina magnetismo. Además de los imanes naturales, existen otras sustancias (como el hierro), que pueden adquirir el magnetismo de una manera artificial. A estos cuerpos se les da el nombre de **imanes artificiales**.
Todo imán presenta la máxima atracción magnética en los extremos, que reciben el nombre de **polos magnéticos**. A los polos se les da los nombres de Norte y Sur porque un imán se orienta, aproximadamente, según los polos geográficos de la Tierra, que es un imán natural. Esta orientación es debida a la propiedad fundamental del magnetismo: polos del mismo nombre se repelen y polos de nombre distinto se atraen.

Esta propiedad se explica admitiendo que un imán origina un **CAMPO MAGNÉTICO** en el espacio que le rodea. Este campo se pone de manifiesto por la fuerza que ejerce sobre otro imán o sobre un trozo de hierro que se coloque en su proximidad. Para estudiar este campo se utiliza un imán de prueba (aguja imantada). La dirección en la que apunta la aguja de la brújula se toma como la dirección del campo magnético. El sentido del campo magnético en un punto se elige igual a la orientación del eje sur-norte de la brújula.

El campo magnético, igual que el campo eléctrico y el gravitatorio, se representa gráficamente mediante las líneas de fuerza o **líneas de campo**. La dirección del campo magnético es tangente en cada punto a la línea de inducción correspondiente. En la figura se representan algunas líneas de fuerza del campo magnético de un imán en forma de barra.



Cabe destacar que las líneas del campo magnético salen del polo norte y entran por el polo sur y son líneas cerradas (los polos de un imán no se pueden separar)

Durante mucho tiempo el estudio de los fenómenos magnéticos se redujo al de los imanes obtenidos de forma natural, sin conocer su relación con los fenómenos eléctricos. Oersted descubrió, en 1819, que las corrientes eléctricas producen campos magnéticos. Observó que una corriente eléctrica ejercía una fuerza sobre una aguja imantada próxima. Si por el conductor no pasa corriente, la brújula se orientará hacia el polo norte, pero cuando pasa corriente, la brújula tiende a colocarse perpendicularmente a dicha corriente. De este experimento se deduce que una corriente eléctrica produce el mismo efecto que un imán natural.

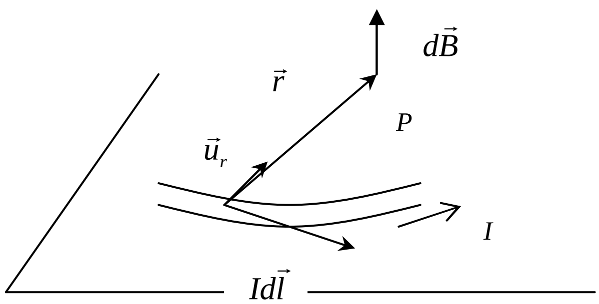
Doce años más tarde, Faraday observó el efecto contrario: aproximando un imán a un conductor en movimiento, en éste se origina una corriente eléctrica. Ambas experiencias tienen el mismo fundamento: las cargas en movimiento producen fuerzas magnéticas. El magnetismo, pues, es una consecuencia de la electricidad. Ampère, a raíz de la experiencia de Oersted, desarrolló los fundamentos del electromagnetismo y supuso que el origen de los imanes está en pequeños circuitos de dimensiones atómicas o moleculares. En las sustancias magnetizadas (imanes) todos esos circuitos son coplanarios (o casi) y recorridos por intensidades en los mismos sentidos, de forma que los efectos magnéticos de cada uno se suman, intensificándose su acción. En los cuerpos no magnéticos, estos pequeños circuitos están desordenados y por ello no producen efecto alguno. La causa de estas corrientes atómicas son los electrones, que en su movimiento equivalen a pequeños circuitos eléctricos.

A diferencia del campo eléctrico, cuyas fuentes son las cargas eléctricas, magnitudes escalares, las fuentes del campo magnético son fuentes vectoriales, las densidades de corriente.

Veamos ahora el **CARÁCTER NO CONSERVATIVO DEL CAMPO MAGNÉTICO.** Los experimentos llevados a cabo por Ampère, y por Biot y Savart dieron lugar a la que en la actualidad se conoce como **ley de Biot-Savart**, que determina el campo magnético creado en un punto del espacio por una corriente eléctrica. Es análoga en el magnetismo a la ley de Coulomb en la electrostática. Una manera de expresar la ley de Coulomb es dar el campo eléctrico producido por una distribución de carga:

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\vec{u}_r$$

Consideremos ahora una corriente eléctrica, como la que se muestra en la figura.



Cada elemento de corriente $Id\vec{l}$ producirá una contribución $d\vec{B}$ al campo magnético en un punto *P* del espacio. Si *r* es la distancia del elemento de corriente considerado al punto *P*, y $\vec{u}_r$ el vector unitario que apunta desde el elemento de corriente al punto *P*, la ley de Biot-Savart se escribe, para el campo creado por dicho elemento infinitesimal de corriente:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\vec{u}_r}{r^2}$$

La dirección de $d\vec{B}$ viene dada por el producto vectorial, por lo que será perpendicular tanto al elemento de corriente como al vector unitario $\vec{u}_r$, y su sentido vendrá dado por la regla de la mano derecha. Es decir, cuando los dedos de la mano derecha se curvan desde el vector $Id\vec{l}$ hacia el vector unitario $\vec{u}_r$, el dedo pulgar señalará la dirección del campo magnético. La constante μ_0 se conoce con el nombre de permeabilidad magnética del vacío. La unidad de campo magnético en el Sistema Internacional se denomina tesla (*T*) en honor del ingeniero Nicholas Tesla. El valor de μ_0 en unidades del Sistema Internacional viene determinado por la definición de amperio (que se verá más adelante) y es exactamente: $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ TmA^{-1}

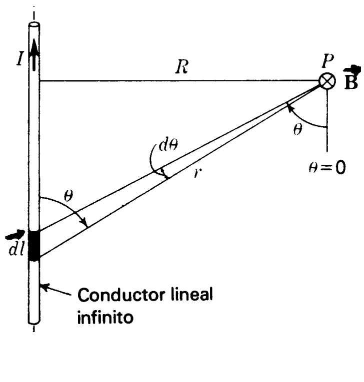
Existen algunas similitudes entre la ley de Biot-Savart para el campo magnético y la ley de Coulomb para el campo eléctrico, como la dependencia con la distancia o las constantes que aparecen, pero también existen algunas diferencias significativas entre estas leyes, como la dirección de los dos campos (el eléctrico es radial mientras que la dirección del campo magnético es perpendicular) o el hecho de que no exista el equivalente a una carga puntual en el campo magnético.

El campo magnético creado por la distribución de corriente en un punto está dado por la forma integral de la ley de Biot-Savart:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_L \frac{Id\vec{l}\times\vec{u}_r}{r^2}$$

donde la integral de línea se extiende a lo largo de toda la distribución de corriente. El campo magnético en un punto es la superposición lineal de las contribuciones vectoriales debidas a cada uno de los elementos infinitesimales de corriente.

A partir de esta ley se puede obtener el campo magnético creado por un **conductor rectilíneo** delgado e indefinido, que lleva una corriente *I*, a una distancia *R* del mismo. Para la corriente que se indica, el campo magnético está dirigido hacia dentro del papel, como se muestra en la figura. Las líneas de campo son, siguiendo la regla de la mano derecha, circunferencias concéntricas con el conductor, por lo que, a la derecha del conductor, entran en le papel



De la figura se deduce que $dl\ sen\theta = rd\theta$ y $R = r\ sen\theta$.
Integrando la ecuación de Biot-Savart:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_0^\pi \frac{Idl\text{sen}\theta}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_0^\pi \frac{d\theta}{r} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\int_0^\pi \text{sen}\theta d\theta$$

La integración se extiende a todo el conductor rectilíneo, es decir, desde θ = 0 hasta infinito. Esto da:

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi R}\left[-\cos\theta\right]_0^{\pi}=\frac{\mu_0 I}{4\pi R}(2) \qquad\qquad B=\frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

Utilizando esta ecuación vamos a calcular la circulación del campo magnético a lo largo de una circunferencia concéntrica con un alambre recto. Como esta línea es la una línea de campo, el elemento de longitud será, en todo punto, paralelo al campo, por tanto:

$$\int_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=\frac{\mu_0 I}{2\pi R}\int_L d\vec{l}=\frac{\mu_0 I}{2\pi R}2\pi R=\mu_0 I$$

Es decir: $$\int_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0 I$$

La circulación magnética es entonces proporcional a la corriente eléctrica, *I*, y es independiente del radio de la trayectoria circular elegida. Esta relación es válida, para cualquier trayectoria simple que encierre a la corriente *I*. Se puede hacer independiente del medio, definiendo el vector campo magnético $\vec{H}$ o simplemente vector $\vec{H}$, de la forma: $\vec{H}=\frac{\vec{B}}{\mu}$ Si el medio es isótropo, los vectores $\vec{B}$ y $\vec{H}$ tienen la misma dirección, y la ecuación anterior queda: $\int \vec{H}\cdot d\vec{l}=I$

Esta (o la anterior) es la expresión de la **ley de Ampère**: *la circulación a lo largo de una línea cerrada del vector $\vec{H}$ es igual a la corriente encerrada por la línea*. Si hay más de una corriente, *I* será la suma algebraica de todas las corrientes que encierra la línea de integración.

El hecho de que la circulación del campo magnético no sea generalmente nula, indica que el campo magnético **no es conservativo**, es decir no tiene un potencial magnético en el mismo sentido que el campo eléctrico tiene un potencial eléctrico. Por lo tanto, no existe una función escalar cuyo gradiente, cambiado de signo, nos proporcione, en el caso más general, el campo magnético.

De la misma forma que la ley de Gauss se puede utilizar para obtener el campo eléctrico producido por cierto tipo de distribuciones de carga que posean un alto grado de simetría, la ley de Ampère también puede usarse para determinar el campo magnético producido por corrientes eléctricas estacionarias que tenga la simetría apropiada.

La **GENERACIÓN DE CAMPOS MAGNÉTICOS** puede producirse, bien por la existencia de imanes, naturales o artificiales, o por la existencia de cargas en movimiento (corriente eléctrica). Ahora se van a analizar las fuentes del campo magnético, es decir, cómo se producen los campos magnéticos.

El flujo magnético a través de cualquier superficie, cerrada o no, colocada en un campo magnético es:

$$\phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

El concepto de flujo magnético a través de una superficie es de gran importancia, especialmente cuando la superficie no es cerrada. La unidad de flujo magnético se expresa en tesla·m^2, unidad que se denomina weber (Wb). Como las líneas de fuerza del campo magnético son cerradas, *el flujo magnético a través de cualquier superficie cerrada es siempre nulo*. Esto se debe a que cada línea de campo magnético que atraviesa hacia dentro la superficie vuelve a atravesarla hacia fuera en otro punto, por lo tanto, el número neto de líneas que atraviesan la superficie cerrada es cero:

$$\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

Esta ecuación se puede obtener a partir de la ley de Biot-Savart y constituye la ley de Gauss para el campo magnético. En forma diferencial, si se utiliza el teorema de la divergencia:

$$\text{div}\ \vec{B} = 0$$

El hecho de que la divergencia sea nula nos indica que el campo magnético no tiene fuentes escalares, es decir, no existen polos magnéticos aislados. Dicho de otra forma, no existe una contrapartida magnética a la carga eléctrica. A partir del teorema de Ampère se puede deducir que: $\text{rot}\ \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$, que es la ley de Ampère en forma diferencial. En una región donde no haya corriente eléctrica, se tendrá: $\text{rot}\ \vec{B} = 0$. La expresión equivalente para el campo eléctrico es: $\text{rot}\ \vec{E} = 0$ que deriva del hecho de que la circulación del campo electrostático, a lo largo de una línea cerrada, es nula.

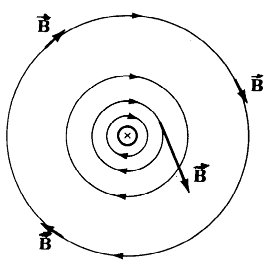
La ley de Biot y Savart se puede transformar para obtener el **campo magnético creado por una carga en movimiento** en función de la carga que se mueve y de la velocidad de movimiento, en vez de utilizar la intensidad de corriente, obteniéndose:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\, \vec{v} \times \vec{u}_r}{r^2}$$

Para obtener el **campo magnético creado por una corriente eléctrica**, se integra la ecuación de Biot y Savart que da el campo magnético elemental que crea un elemento de corriente. Esto ya se ha hecho al principio para una **corriente rectilínea indefinida**. En este caso, las líneas de campo son circunferencias concéntricas con el conductor, el sentido es el que da la regla de la mano derecha (ver figura) y el valor del campo magnético a una distancia *R* del conductor vale:

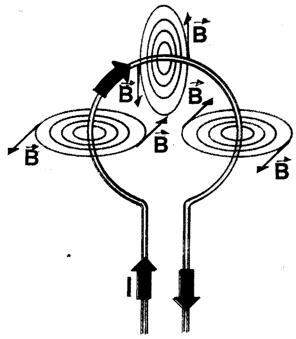
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

Se ha supuesto que lo que rodea al conductor es el vacío. Si no fuera así, habría que sustituir la permeabilidad magnética por la que corresponda a ese medio.



Si en lugar de un conductor rectilíneo, tenemos una **corriente circular** (**espira de corriente)**, las líneas de campo se dibujan como en la figura de más abajo. En este caso el campo magnético varía en dirección y módulo de unos puntos a otros, pero en el eje de la espira, por simetría, la línea de campo es una línea recta.

En la figura puede observarse que las líneas de inducción *salen* por aquella cara donde se *ve* circular la corriente en sentido contrario a las agujas del reloj y *entran* por aquella donde se *ve* circular la corriente en el mismo sentido. Por consiguiente, el campo magnético creado por una corriente circular puede asimilarse al de un imán formado por una placa delgada (*hoja magnética*) que tuviera por contorno el mismo circuito.



El polo norte es aquella cara donde se ve circular la corriente en sentido contrario a las agujas del reloj, y el polo sur, la cara donde se ve circular la corriente en el mismo sentido. El valor del campo magnético en el centro de la espira es:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

Otra corriente cuyo campo magnético es interesante conocer es la que circula por una bobina o **solenoide**. Un solenoide está formado por el arrollamiento de un alambre muy largo sobre un cilindro, generalmente un cilindro circular. Los arrollamientos o vueltas del alambre forman una bobina helicoidal cuya longitud, medida a lo largo del eje del solenoide, es generalmente bastante mayor que el diámetro de cada vuelta. Un parámetro importante de un solenoide es el número de vueltas que tiene por unidad de longitud, *n*. Para un solenoide de longitud *L* con *N* vueltas por unidad de longitud $n = N/L$.

En el interior de un solenoide ideal el campo magnético es uniforme y paralelo a su eje, y en el exterior del solenoide el campo es cero. El valor del campo magnético en la zona interior y alejada de los extremos, para un solenoide largo de espiras apretadas es:

$$B = \mu_0 nI$$

En esta región el campo es uniforme, y está determinado por el número de vueltas por unidad de longitud *n* y la corriente *I* que pasa por el solenoide.

Vamos a ver el **EFECTO DEL CAMPO MAGNÉTICO** sobre una carga y sobre una corriente. Cuando se coloca una carga eléctrica en reposo en un campo magnético, no se observa ninguna interacción especial, pero cuando la carga eléctrica se mueve en una región donde hay un campo magnético, se observa una nueva fuerza sobre la carga, además de las fuerzas debidas a las interacciones gravitacional y eléctrica.

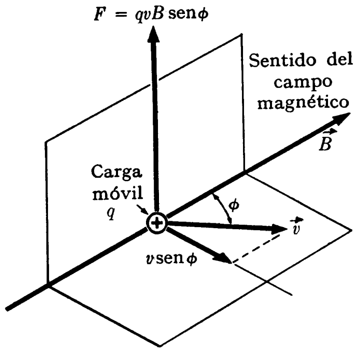
Se observa que la fuerza ejercida por un campo magnético sobre una carga en movimiento es proporcional a la carga eléctrica y a su velocidad, y la dirección de la fuerza es perpendicular a la velocidad de la carga a la dirección del campo magnético. Se puede escribir la fuerza que actúa sobre la carga de la forma: $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ En esta ecuación, $\vec{B}$ es un vector que se determina en cada punto comparando el valor observado de $\vec{F}$ en ese punto con los valores de q y $\vec{v}$. El vector $\vec{B}$ puede variar de un punto a otro en un campo magnético, pero en cada punto se encuentra experimentalmente que es el mismo para todas las cargas y velocidades. Por lo tanto describe una propiedad que es característica del campo magnético y que se denomina intensidad del campo magnético (o también inducción magnética). Ya se ha visto antes cómo se obtiene el campo magnético según las corrientes eléctricas que lo producen.

Cuando la partícula cargada se mueve en una región donde hay un campo eléctrico y uno magnético, la fuerza total que actúa sobre ella es la suma de la fuerza eléctrica y la fuerza magnética:

$$F = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

Esta expresión se denomina **fuerza de Lorentz**.

Esta ecuación implica que cuando la velocidad es paralela al campo magnético, la fuerza es cero. En la figura se representa la relación entre los tres vectores, para una carga positiva.



Si ϕ es el ángulo entre $\vec{v}$ y $\vec{B}$, el módulo de la fuerza es $F = qvB$ senϕ. El máximo de intensidad de la fuerza ocurre cuando ϕ = π/2 o sea cuando $\vec{v}$ es perpendicular a $\vec{B}$, resultando: $F = qvB$. El mínimo de la fuerza, cero, ocurre cuando ϕ = 0, o sea, cuando $\vec{v}$ es paralelo a $\vec{B}$.

De la ecuación que da la fuerza magnética se puede definir la unidad de campo magnético, tesla, que corresponde al campo magnético que produce una fuerza de un newton, sobre una carga de un culombio, que se mueve perpendicularmente al campo a razón de un metro por segundo. También se suele utilizar con frecuencia el gauss (G), cuya relación con el tesla es: 1 G = 10^{-4} T.

Si una partícula cargada se mueve perpendicularmente al campo magnético, como la fuerza es perpendicular a la velocidad, su efecto es cambiar la dirección de la velocidad sin cambiar su módulo, resultando, por tanto, un movimiento circular uniforme. La aceleración es centrípeta y, según la segunda ley de Newton:

$$qvB = ma_c = mv^2/r$$

De aquí se deduce el radio de la circunferencia que describe la partícula: $r = \dfrac{mv}{qB}$

Escribiendo $v = \omega r$, donde ω es la velocidad angular, se tiene: $\omega = (q/m)\,B$

Por lo tanto, la velocidad angular es independiente de la velocidad lineal y depende sólo del cociente q/m y del campo B. En forma vectorial se puede escribir: $\vec{\omega} = -\dfrac{q}{m}\vec{B}$

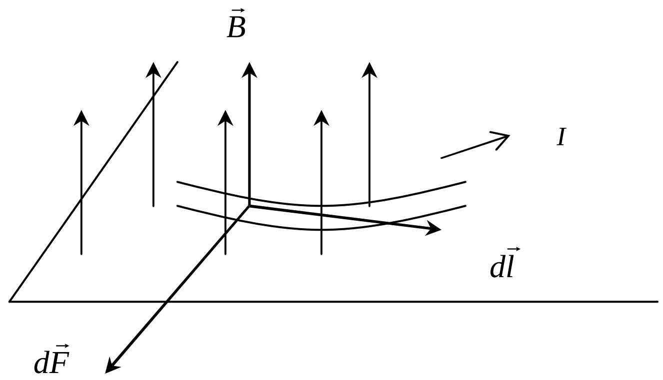
Ecuación que nos da el vector velocidad angular, tanto en módulo como en dirección y sentido. El signo menos indica que la velocidad angular tiene dirección opuesta a $\vec{B}$ para una carga positiva y la misma dirección para una carga negativa. La curvatura de la trayectoria de un ion en un campo magnético constituye un método para determinar si su carga es negativa o positiva, si se sabe cuál es el sentido del movimiento.

Si una partícula cargada se mueve inicialmente en una dirección que no es perpendicular al campo magnético, se puede descomponer la velocidad en sus componentes paralela y perpendicular al campo magnético. La componente paralela permanece constante y la perpendicular cambia continuamente de dirección pero no de magnitud. El movimiento es entonces el resultado de un movimiento uniforme en la dirección del campo y un movimiento circular alrededor del campo con velocidad angular dada por *(q/m)B*. La trayectoria es, por lo tanto, una hélice.

Para estudiar la **acción de un campo magnético sobre una corriente eléctrica** vamos a considerar una sección transversal de un conductor, a través de la cual se están moviendo partículas con carga q y velocidad $\vec{v}$. Si el conductor está dentro de un campo magnético, la fuerza sobre cada carga viene dada por $\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B}$ y, por tanto, la fuerza sobre un elemento de carga que atraviese la sección del conductor en un tiempo infinitesimal será: $d\vec{F} = dq\,\vec{v}\times\vec{B}$

Escribiendo la velocidad de la carga como: $\vec{v} = \frac{d\vec{l}}{dt}$, donde $d\vec{l}$ es el elemento de corriente, la fuerza es:

$$d\vec{F} = dq\,\frac{d\vec{l}}{dt}\times\vec{B} = \frac{dq}{dt}\,d\vec{l}\times\vec{B} = Id\vec{l}\times\vec{B}$$



Para obtener la fuerza total que actúa sobre un conductor con corriente, integramos la ecuación anterior:

$$\vec{F} = \int_L Id\vec{l}\times\vec{B}$$

La línea L es el conductor en cuestión. Por ejemplo, en el caso de un **conductor rectilíneo**, en el interior de un campo magnético uniforme, como $\vec{B}$ y $d\vec{l}$ son vectores constantes, se pueden sacar de la integral, quedando:

$$\vec{F} = \int_L Id\vec{l}\times\vec{B} = I\left[\int_L d\vec{l}\right]\times\vec{B} = I\vec{L}\times\vec{B}$$

Donde el vector $\vec{L}$ es un vector cuya dirección es la recta del conductor, sentido el de la corriente y módulo, la longitud del conductor. Si el ángulo que forman el conductor y el campo magnético es θ, el módulo de la fuerza es: $F = ILB\text{sen}\theta$

El conductor está sometido a una fuerza perpendicular a él y al campo magnético. Este es el principio sobre el que se basa el funcionamiento de los motores eléctricos. La fuerza es cero si el conductor es paralelo al campo ($\theta = 0$) y máxima si es perpendicular a él ($\theta = \pi/2$).

El análisis de la **fuerza entre corrientes paralelas** permite obtener la **definición de amperio.** Si suponemos dos conductores rectilíneos y paralelos separados una distancia *d* y por los que pasan corrientes I_1 e I_2 en el mismo sentido, como cada conductor se encuentra dentro del campo magnético creado por el otro, cada conductor estará sometido a una fuerza magnética.

El conductor 1 crea un campo magnético en el punto P_2, donde se encuentra el conductor 2, que vale:

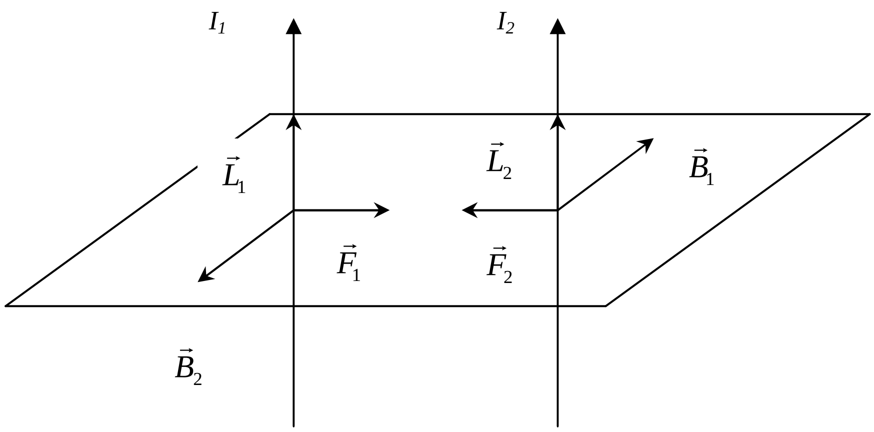
$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$$

Este campo ejerce una fuerza sobre el conductor 2: $F_2 = I_2 L_2 B_1 = I_2 L_2 \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} = \frac{\mu_0}{2\pi d} I_1 I_2 L_2$

De la misma forma, el conductor 2 crea un campo magnético en el punto P_1, donde se encuentra el conductor 1, cuyo valor es:

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}$$

La fuerza a la que está sometido el conductor 1 es: $F_1 = I_1 L_1 B_2 = I_1 L_1 \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d} = \frac{\mu_0}{2\pi d} I_1 I_2 L_1$



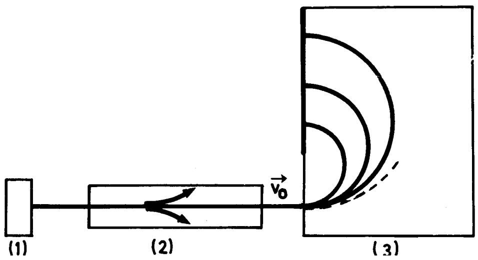
Ambas fuerzas tienen la misma dirección, pero sentido opuesto. Como se ve en la figura, dos conductores paralelos e indefinidos por los que circulan corrientes en el mismo sentido se atraen. Si por los dos conductores circulan corrientes en sentido contrario se repelen. Esta fuerza se toma como criterio para definir la unidad de intensidad de corriente en el Sistema Internacional:
"*Un amperio es la corriente que, circulando por dos conductores paralelos e indefinidos, separados una distancia de un metro, en el vacío, produce sobre cada conductor una fuerza de $2{\cdot}10^{-7}$ N por cada metro de longitud del conductor*".

Existen multitud de **APLICACIONES DEL MAGNETISMO A DISPOSITIVOS TECNOLÓGICOS**, desde la dínamo de la bicicleta hasta los aceleradores de partículas, pasando por el espectrómetro de masas, los motores eléctricos, la generación de corriente alterna, o el confinamiento de materia para procesos de fusión. Aquí se van a analizar sólo dos de ellos.

El **espectrómetro de masas** es un dispositivo que permite separar los iones de un elemento según la masa y la carga de cada uno de sus isótopos. Por tanto, se utiliza para hacer un análisis isotópico de un elemento y también para separar moléculas de distintas sustancias según la masa que poseen. En la figura se muestra un esquema del aparato. (1) es una fuente de iones que se aceleran mediante un campo eléctrico, (2) es un selector de velocidades y (3) es la región donde se aplica el campo magnético perpendicular al papel. La velocidad de entrada de los iones en esta región se calcula igualando la energía cinética que adquiere una carga al trabajo realizado por el campo eléctrico, obteniéndose:

$$v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}$$

En la región (3) hay un campo magnético uniforme dirigido hacia afuera. El ion describirá entonces una órbita circular, curvada en un sentido o en otro según sea el signo de su carga q. Después de describir una semicircunferencia los iones inciden sobre una placa fotográfica, dejando una marca. En los dispositivos actuales inciden sobre un detector, que a su vez está conectado a un ordenador.



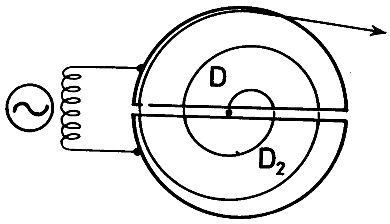
El radio r de la órbita viene dado por $r = mv/qB$, y despejando la velocidad v: $v = \frac{qBr}{m}$

Combinando con la ecuación anterior se obtiene: $\frac{q}{m} = \frac{2V}{B^2 r^2}$

Esta expresión da la razón q/m en función de tres cantidades (V, B y r) que pueden medirse fácilmente. Se puede aplicar esta técnica a electrones, protones o cualquier otra partícula, átomo o molécula cargada. Midiendo la carga independientemente, se puede obtener la masa de la partícula.

Los campos magnéticos son esenciales para el funcionamiento del los **aceleradores de partículas**. En los aceleradores, un campo eléctrico acelera (da energía) a un haz de partículas cargadas en el interior de un tubo de vacío y, generalmente se usan campos magnéticos para desviar el haz, o para hacer que describa una trayectoria curva.

El más importante de los primeros aceleradores que se construyeron es el **ciclotrón**. El ciclotrón es un acelerador de partículas cargadas formado por dos conductores huecos en forma de D, contrapuestos y separados, como se ve en la figura. Entre los dos conductores se aplica una diferencia de potencial alterna. Estos conductores se colocan en el interior de un campo magnético uniforme perpendicular a los mismos. Si en el centro de este sistema se libera una partícula con carga positiva, ésta entrará en el interior hueco de una *D* movida por el potencial. Debido a su pequeña velocidad inicial y al campo magnético, describirá una trayectoria semicircular en el interior de la *D*, hasta salir al espacio de separación entre ambas. Si el módulo de su velocidad es *v*, el radio de curvatura es $r = mv/qB$. En el interior de la *D* el valor de la velocidad de la partícula no cambia, pues el campo eléctrico es cero, sin embargo, cuando la partícula pasa por la zona de separación central surge una aceleración debida al campo eléctrico entre los conductores, y el módulo de su velocidad aumenta. Al entrar de nuevo en una *D* con mayor valor de *v*, describirá un nuevo semicírculo de radio mayor, hasta pasar otra vez por la separación, y así sucesivamente. La clave de que la partícula gane velocidad cada vez que pasa por la zona de separación está en que la diferencia de potencial aplicada entre los conductores tenga el signo conveniente. Para que esto ocurra la diferencia de potencial debe cambiar de signo con la frecuencia de ciclotrón de la partícula. Cuando un haz alcanza el borde externo del ciclotrón, una placa deflectora dirige el haz hacia su objetivo exterior.



Los aceleradores tipo **sincrotrón**, de tamaño mucho mayor, están diseñados de forma que el haz viaje a lo largo de un camino determinado por el interior de un tubo en forma de anillo. Como los campos magnéticos se necesitan únicamente para desviar y guiar el haz de partículas, es posible construir anillos de acelerador de gran diámetro. A medida que las partículas se mueven recorriendo el anillo, se sincroniza la posición de un grupo de partículas del haz en el anillo con las etapas de aceleración que incrementan la energía de las partículas. Las corrientes que dan lugar a los campos magnéticos están también sincronizadas con el grupo de partículas, de forma que la fuerza magnética sobre las partículas cargadas curve el haz y lo fuerce a permanecer alineado cerca del centro del tubo.

En sintesis, se ha analizado el carácter no conservativo del campo magnético, mediante la ley Biot y Sarvet. Hemos estudiado las fuentes del campo magnéico y la fuerza que produce sobre una carga y sobre una corriente. Y por último se han comentado algunas aplicaciones interesantes de la acción de campos magnméticos.